

# О некоторых моделях экономического обмена

Бродский Б.Е.

В центре большинства конвенциональных гипотез и мифов об экономическом поведении - человеческое Эго, озабоченное максимизацией личной выгоды и осуществляющее выбор в условиях ограниченных ресурсов. "Методологический индивидуализм" является одним из краеугольных камней экономического подхода к описанию человеческого поведения. Образ *homo economicus* - это удобная идеализация, ментальная модель, позволяющая абстрагироваться от всех сложных аспектов человеческой индивидуальности и сосредоточиться на мотивах и характере деятельности Эго. Согласно классическому определению Л.Роббинса, экономика - это наука, изучающая "аллокацию редких ресурсов, которые могут иметь альтернативные способы употребления"(Robbins, 1935).

Основная проблема в теории рационального выбора - это возможность согласования индивидуальных предпочтений и эгоистических мотивов поведения на основе механизмов рыночной координации и самоорганизации. При этом экономический универсум представляется как сеть рыночных обменов, *самоорганизующихся* в концепциях неоклассической школы, либо функционирующими в соответствии с формальными или неформальными *институтами* в современных концепциях институционалистов.

Концепция общего экономического равновесия Л.Вальраса базируется на гипотезе "price-taking behavior"(поведение, принимающее цены) экономических агентов. В экономике Эрроу-Дебре (см. Arrow, Debreu (1954), McKenzie (1954))экзогенность цен обмениваемых благ порождает необходимость введения в модель искусственных переменных типа "избыточного спроса"на эти блага. С описанием свойств этих переменных связаны некоторые затруднения, с которыми столкнулась современная теория общего экономического равновесия (Sonnenschein (1973), Debreu (1974)).

В частности, Зонненшайн показал, что любая непрерывная функция, удовле-

творяющая закону Вальраса, может быть представлена как функция избыточного спроса в модели чистого обмена с квазивогнутыми функциями полезности участников. Из теоремы Зонненшайна следует, что без дополнительных предположений о функции полезности нельзя предсказать направления изменений эндогенных переменных при вариации экзогенных переменных рассматриваемой модели (см. Полтерович, 1999).

В современной теории общего экономического равновесия эти трудности отчасти обходятся за счет детализации свойств функций полезности агентов. В работе Макарова (1981) сформулированы общие предположения, обеспечивающие существование общего экономического равновесия в модели Эрроу-Дебре. Различные обобщения этой модели проанализированы в монографиях Макаров, Рубинов (1973), Makarov, Rubinov, Levin (1995).

В теории общего экономического равновесия процесс создания и функционирования институтов долго оставался за кадром исследований. Представители эволюционной и институциональной экономики постоянно критиковали ее за это (см. Nelson, Winter (1982)). Проблема порождения институтов и институциональных ценностей вплоть до последнего десятилетия вообще не рассматривалась экономистами. В последние годы, однако, наметились существенные сдвиги в этой проблематике. В работе Ellickson, Grodal, Scotchmer, Zame (1999) рассматривается процесс порождения "клубов". Агенты, действуя в рыночной среде, максимизируя свои индивидуальные целевые функции, порождают устойчивые группы - клубы - производящие коллективные блага. Процесс порождения больших институтов (стран) рассматривался в работах Alesina, Spolaore (1997), Breton, Weber (2001). В работе Макарова В.Л. (2003) процесс порождения и функционирования институтов рассматривается в терминах экономики Эрроу-Дебре. Показано, что общее экономическое равновесие с институтами (институциональное равновесие) существует при допущении "смешанных стратегий" в выборе агентами членства в институтах и лежит на границе Парето.

Вместе с тем, эти обобщения модели общего равновесия Эрроу-Дебре, по существу, не затрагивают базовой гипотезы - существования "социального плановика", назначающего цены, принимаемые экономическими агентами. Эта гипотеза представляется более или менее правдоподобной в ситуациях обмена товарами при огромном количестве участников. Однако в более общих случаях социального обмена эти цены уже не могут считаться экзогенно заданными. Образ "социального

плановика" в этих ситуациях неизбежно трансформируется в фигуру социального диктатора, навязывающего социальным агентам систему личностных ценностей, институциональных норм и т.д.

Если опустить все неизбежные оговорки, то можно сказать, что процесс порождения институциональных норм и ценностей до сих пор остается "за кадром" исследований в теории рационального выбора и новой институциональной школы. По сути дела, современная экономическая теория находится в серьезном методологическом затруднении, касающемся принципиальных предпосылок экономического анализа: с одной стороны, утверждается, что рациональное поведение экономических агентов подчинено институциональным нормам, с другой же стороны, считается, что появление и развитие институтов есть результат их спонтанной самоорганизации, проистекающей из интересов и действий рациональных индивидов.

Таким образом, либо мы признаем, что институциональные нормы укоренены (embedded) в социальной среде и культуре (этот подход характерен для современной экономической социологии, см. Грановеттер (1985)), что, по сути дела, означает "делегиrowание" основных методологических проблем социологам, либо мы утверждаем, что институты формируются экономическими агентами и социальными акторами в ходе экономического и символического обмена (этот подход характерен для новой институциональной теории, см. Ходжсон (2003)), но детальное объяснение механизма возникновения институциональных норм в экономической теории наталкивается на три незыблемых "кита" экономической методологии: методологический индивидуализм, гипотезу неизменности и заданности предпочтений экономических агентов и гипотезу рационального (максимизирующего полезность) экономического поведения.

Предпочтения экономических агентов и социальных акторов могут изменяться с течением времени, что и является, в конечном итоге, причиной появления новых институциональных норм и ценностей. Однако эта "еретическая" идея в корне противоречит основным постулатам теории рационального выбора и, в более общем контексте, современной экономической теории. Достаточно сказать, что конвенциональная экономическая теория оказалась совершенно неспособной объяснить феномен "трансформационного спада" (Корнаи, 1997) в переходных экономиках 1990-х годов, обусловленного процессами реструктуризации экономических систем и трансформацией всей системы социально-экономических предпочтений

агентов. Этот очевидный провал теоретического обоснования важнейших экономических реалий современного мира требует иных методологических подходов в экономической теории (см. Стиглиц (1994), Норт (1996), Корнаи (1998)).

Целью работы является анализ моделей экономического обмена без гипотез "социального плановика" и экзогенности цен. Именно в этой постановке удастся исследовать процесс порождения рыночных цен обмениваемых экономических благ, а в более общей ситуации - процесс возникновения институциональных ценностей и норм в ходе экономического обмена.

Заметим, что в отличие от модели общего экономического равновесия Эрроу-Дебре, в которой динамика цен зависит от искусственных переменных типа "избыточного спроса" (excess demand) на блага, в рассматриваемых моделях экономического обмена рыночные цены благ являются полностью эндогенными и их динамика зависит только от фазовых переменных динамической системы (включая объемы потребления и предложения благ).

Структура работы такова. В разделе 1 изучаются модели частного экономического и символического равновесия, причем особое внимание уделяется анализу динамической устойчивости положений равновесия. В разделе 2 исследуются модели "ошибок" рынка: ситуации трансакционных издержек, морального риска и ухудшающего отбора. В разделе 3 мы переходим к изучению моделей общего равновесия экономического обмена. Проблема общего равновесия исследуется без предположения об экзогенности цен и введения искусственных переменных "избыточного спроса" на обмениваемые блага.

## 1. Элементарный экономический обмен

Мы начнем с анализа "спонтанного рыночного порядка", возникающего в результате элементарного рыночного обмена между поставщиком и потребителем некоторого экономического блага.

Будем полагать, что на рынке экономического блага  $A$  действуют два экономических агента: потребитель и производитель этого блага. Обозначим через  $A^c$ ,  $A^s$  - объемы спроса и предложения со стороны этих агентов соответственно;  $p_c$ ,  $p_s$  - субъективные цены обмениваемого блага для потребителя и производителя;  $p_m^c$ ,  $p_m^s$  - рыночные цены обмениваемого блага для потребителя и производителя соответственно.

Субъективные цены обмениваемого блага для потребителя и производителя

могут быть представлены обратными функциями спроса и предложения:

$$p_c = p_c(A^c, I^c), \quad p_s = p_s(A^s, I^s), \quad (1)$$

где  $I^c, I^s$  - бюджет потребителя и производителя соответственно. Заметим, что зависимостью обратных функций спроса и предложения от бюджета потребителя и производителя соответственно в данной работе мы пренебрегаем, поскольку принципиальные выводы не меняются при учете этой зависимости.

На содержательном уровне смысл этих зависимостей состоит в том, что субъективные цены обмениваемого блага для потребителя и производителя оказываются связанными с объемами потребления и производства этих благ соответственно. Отметим, что в современной неоклассической теории существуют два основных метода получения обратных функций спроса и предложения: первый подход основан на теории поведения потребителя и производителя с использованием аппарата функций полезности и производственных функций. Второй подход (*revealed preferences*, Самуэльсон, 1956) направлен на "прямое" моделирование функций спроса и предложения. *Субъективные цены* обмениваемых благ могут трактоваться как *revealed preferences* (выявленные предпочтения), т.е. измеренные в некоторой интервальной ценовой шкале субъективные установки экономических агентов относительно ценности обмениваемых благ.

*Функция моделирования* (M) в рассматриваемой системе состоит в том, что потребитель и поставщик "моделируют" рыночную цену экономического блага. Это означает, процесс экономического обмена в рассматриваемой системе опосредован некоторой "общей ценностью рыночной ценой обмениваемого блага, формируемой в результате обоюдного соглашения (контракта, договорного процесса) экономических агентов. В общем случае  $p_m^c \neq p_m^s$ , т.е. рыночная цена блага для потребителя и поставщика различна. Но вначале рассмотрим случай рынка с полной информацией и нулевыми транзакционными издержками, для которого  $p_m^c = p_m^s = p_m$ , где  $p_m$  - единая рыночная цена блага, представляющая собой общую ценность для участников рыночного обмена.

*Функция управления* (R) для подсистем "C"(потребитель, Ego) и "S"(производитель, Alter Ego) состоит в регулировании объема спроса ( $A^c$ ) и предложения ( $A^s$ ) с целью уменьшения различий между субъективной

ценностью блага и его рыночной ценой, т.е.

$$\dot{A}^c = k^c(p_c(A^c) - p_m), \quad k^c > 0, \quad (2)$$

$$\dot{A}^s = k^s(p_s(A^s) - p_m), \quad k^s < 0. \quad (3)$$

где  $\dot{A}_c = dA^c/dt$ ;  $t$  – время в рассматриваемой системе.

Интерпретация этих уравнений такова: если субъективная цена блага для потребителя выше текущей рыночной цены этого блага, то объем потребления блага увеличивается; и наоборот, если субъективная цена блага для поставщика выше рыночной цены этого блага, сложившейся на данный момент, то объем поставок будет уменьшаться. Например, если потребитель субъективно ценит какое-либо благо, а стоит оно на рынке весьма дешево, то потребитель будет стремиться увеличить объем покупок блага на этом рынке. Напротив, если издержки по производству некоторого продукта у производителя значительно ниже цены за этот продукт, предлагаемой на рынке, то данный производитель будет стремиться увеличить поставки своей продукции на этот рынок.

Для дальнейшего изложения важно дать иное обоснование динамических уравнений (2)-(3) исходя из критерия максимизации прибыли потребителя и производителя.

Рассмотрим последовательность принятия решений потребителем по выбору оптимального объема потребления некоторого продукта в течение  $N$  последовательных (дискретных) тактов времени  $t = 1, \dots, N$ . Условие максимизации прибыли потребителя за  $N$  тактов выглядит следующим образом:

$$\sum_{t=1}^N \Delta A_t^c (p_c(A_{t-}^c + \Delta A_t^c) - p_m) \rightarrow \max_{\Delta A_t^c, t=1, \dots, N}. \quad (4)$$

Поясним смысл этого критерия. На такте  $t$  потребитель сталкивается с проблемой выбора величины  $\Delta A_t^c$  - прироста объема потребления блага  $A$  - исходя из диспаритета субъективной и рыночной цены этого блага в момент  $t$ : если субъективная цена блага  $p_c$  выше рыночной цены этого блага  $p_m$ , сложившейся в момент  $t$ , то потребителю выгодно увеличить объем потребления этого блага на величину  $\Delta A_t^c$ ; при этом он получает прирост субъективной прибыли  $\Delta A_t^c (p_c(A_{t-}^c + \Delta A_t^c) - p_m)$ . В противном случае потребитель отказывается от приобретения блага  $A$  и кумулированный объем потребления этого блага  $A_t$  начинает уменьшаться (в простейшем случае полагаем, что потребитель может сбрасывать излишек блага  $A$  в объеме  $\Delta A_t^c$ ).

Тогда из критерия (4) получаем следующее условие первого порядка, описывающее локально-оптимальный выбор потребителя в момент  $t$ :

$$\Delta A_t^c = -\frac{p_c(A_t^c) - p_m}{p'_c(A_t^c)},$$

которое в непрерывном времени переходит в уравнение

$$\dot{A}_t^c = -\frac{1}{p'_c(A_t^c)}(p_c(A_t^c) - p_m). \quad (5)$$

Обратим внимание, что уравнение (5) совпадает с уравнением (2) при  $k^c = -\frac{1}{p'_c(A_t^c)}$ . Заметим также, что для обычных ниспадающих функций спроса  $k^c > 0$ .

Вывод отсюда таков: интуиция, продиктованная соображениями общей теории систем, дает правильное описание объекта, подтверждаемое экономическими реалиями. Однако, как правило, производные  $p'_c(\cdot)$  точно неизвестны и поэтому имеет смысл по возможности рассматривать простое правило (2) с произвольным коэффициентом  $k^c > 0$ .

Для обоснования уравнения (3), описывающего динамику объема поставок блага  $A$ , также используем критерий максимизации субъективной прибыли производителя:

$$\sum_{t=1}^N \Delta A_t^s (p_m - p_s(A_{t-}^s + \Delta A_t^s)) \rightarrow \max_{\Delta A_t^s, t=1, \dots, N}, \quad (6)$$

откуда, как и выше, получим:

$$\dot{A}_t^s = -\frac{1}{p'_s(A_t^s)}(p_s(A_t^s) - p_m). \quad (7)$$

Вновь обратим внимание, что уравнение (7) совпадает с (3) при  $k^s = -\frac{1}{p'_s(A_t^s)}$ . Для обычных возрастающих функций предложения  $k^s < 0$ .

*Функция адаптации* в этой системе состоит в коррекции рыночной цены блага в зависимости от текущей ситуации рыночного обмена. Если объем спроса превышает объем предложения, то рыночная цена блага будет повышаться и наоборот:

$$\dot{p}_m = \alpha(A^c - A^s), \quad \alpha > 0. \quad (8)$$

Для обоснования уравнения (8) рассмотрим критерий минимизации потерь обмена, который в данной ситуации элементарного экономического обмена принимает вид:

$$\sum_{t=1}^N |\Delta p_m^t (A^c(p_m^{t-1} + \Delta p_m^t) - A^s(p_m^{t-1} + \Delta p_m^t))| \rightarrow \min_{\Delta p_m^t, t=1, \dots, N}. \quad (9)$$

Поясним смысл критерия (9). На такте  $t$  изменение рыночной цены  $\Delta p_m^t$  будет определяться потерями обмена  $|\Delta p_m^t (A^c(p_m^{t-1} + \Delta p_m^t) - A^s(p_m^{t-1} + \Delta p_m^t))|$ . В частности, если  $A^c(p_m^t) > A^s(p_m^t)$ , то для уменьшения потерь обмена при обычных функциях спроса и предложения выгодно увеличить рыночную цену (т.е.  $\Delta p_m^t > 0$ ). Напротив, если  $A^c(p_m^t) < A^s(p_m^t)$ , то потери обмена будут снижаться при уменьшении рыночной цены (т.е.  $\Delta p_m^t < 0$ ).

Заметим, что принцип "методологического индивидуализма" не позволяет объяснить феномен изменения рыночной цены с целью уменьшения потерь обмена. В самом деле, для потребителя выгодна низкая рыночная цена, тогда как поставщик заинтересован в высоких рыночных ценах. Только "кооперативный импульс", т.е. стремление участников поддерживать процесс обмена и не допустить распада рынка, приводит к тому, что рыночная цена приходит в движение с целью уменьшения потерь обмена. Другими словами, даже исследование элементарного экономического обмена позволяет обнаружить ограниченность принципа "методологического индивидуализма" и модели "homo economicus".

Формально, приращения объемов спроса и предложения связаны с изменением рыночной цены зависимостями вида:

$$\begin{aligned}\Delta A^s(p_m) &= \Delta p_m \frac{1}{p'_s(A^s)} \\ \Delta A^c(p_m) &= \Delta p_m \frac{1}{p'_c(A^c)}\end{aligned}$$

С учетом этих зависимостей из критерия (9) получаем следующее условие первого порядка, описывающее локально-оптимальный выбор рыночной цены  $p_m$ :

$$\dot{p}_m = - \frac{\frac{A^c(p_m) - A^s(p_m)}{1}}{\frac{1}{p'_c(A^c)} - \frac{1}{p'_s(A^s)}} \quad (10)$$

Заметим, что уравнение (10) совпадает с (8) при

$$\alpha = \left( \frac{1}{p'_s(A^s_t)} - \frac{1}{p'_c(A^c_t)} \right)^{-1}. \quad (11)$$

В уравнении (11) предполагается, что обратные функции спроса и предложения непрерывно дифференцируемы по соответствующим аргументам.

Таким образом, элементарный экономический обмен может быть описан сле-

дующей системой уравнений:

$$\dot{A}^c = k^c(p_c(A^c) - p_m), \quad k^c > 0, \quad (12)$$

$$\dot{A}^s = k^s(p_s(A^s) - p_m), \quad k^s < 0, \quad (13)$$

$$\dot{p}_m = \alpha(A^c - A^s), \quad \alpha > 0, \quad (14)$$

где в локально-оптимальном случае коэффициенты равны  $k^c = -\frac{1}{p'_c(A_t^c)}$ ,  $k^s = -\frac{1}{p'_s(A_t^s)}$ ,  $\alpha = (\frac{1}{p'_s(A_t^s)} - \frac{1}{p'_c(A_t^c)})^{-1}$ .

Допустим для простоты, что эта система имеет единственную стационарную точку:  $A_*^c = A_*^s = A_*$ ,  $p^c(A_*) = p^s(A_*) = p_m^*$ . Это допущение справедливо для обычных функций спроса и предложения блага  $A$  (убывающих и возрастающих соответственно).

Для исследования устойчивости этого равновесия рассмотрим окрестность стационарной точки  $(A_*, A_*, p_m^*)$ . Пусть  $a^c = A^c - A_*$ ,  $a^s = A^s - A_*$ ,  $q^s = p_m - p_m^*$ . Покажем, как линеаризуется система (12)-(14) в окрестности стационарной точки на примере уравнения (12):

$$\dot{a}^c = \Delta k^c(p_c(A_*) - p_m^*) + k^c(A_*)(p'_c(A_*)a^c - q^s),$$

где  $\Delta k^c$  - приращение коэффициента  $k^c(A^c)$  в окрестности стационарной точки.

Поскольку  $p_c(a_*) = p_m^*$ , то получим

$$\dot{a}^c = k^c(A_*)(p'_c(A_*)a^c - q^s).$$

Линеаризованная система имеет вид:

$$\dot{q} = Jq, \quad q = (A^c - A_*, A^s - A_*, p_m - p_m^*), \quad (15)$$

где

$$J = \begin{pmatrix} k^c \frac{dp_c}{dA^c} & 0 & -k^c \\ 0 & k^s \frac{dp_s}{dA^s} & -k^s \\ \alpha & -\alpha & 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

а значения коэффициентов  $k^c, k^s, \alpha$  и производных  $\frac{dp_c}{dA^c}, \frac{dp_s}{dA^s}$  взяты в стационарной точке  $A_*, A_*, p_m^*$ .

Условия устойчивости положения равновесия могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned}
 k^c \frac{dp_c}{dA^c} + k^s \frac{dp_s}{dA^s} &< 0 \\
 \frac{dp_c}{dA^c} - \frac{dp_s}{dA^s} &< 0 \\
 k^c k^s \frac{dp_c}{dA^c} \frac{dp_s}{dA^s} (k^c \frac{dp_c}{dA^c} + k^s \frac{dp_s}{dA^s}) &< \alpha (k^s)^2 \frac{dp_s}{dA^s} - \alpha (k^c)^2 \frac{dp_c}{dA^c}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Эти условия будут выполнены, если  $dp_c/dA^c < 0$ ,  $dp_s/dA^s > 0$ , т.е. в случае "нормального" блага. При этом точка равновесия  $(A_*, A_*, p_m^*)$  системы (12)-(14) является устойчивым фокусом.

Заметим, что условия (17) позволяют установить *асимптотическую устойчивость по Ляпунову* положения равновесия  $A^*, A^*, p_m^*$ . В дальнейшем выражение "положение равновесия устойчиво" следует понимать как "устойчиво по Ляпунову" или "асимптотически устойчиво по Ляпунову" в зависимости от выполненных условий.

Этот вывод совпадает с анализом устойчивости частичного микроэкономического равновесия, проведенным Вальрасом и Маршаллом. Однако в ситуациях, когда кривая предложения имеет отрицательный наклон ( $dp_s/dA^s < 0$ ) или кривая спроса - положительный наклон ( $dp_c/dA^c > 0$ , благо Гиффена), условия устойчивости (17) положения равновесия могут нарушаться. Хорошо известно, что подходы Вальраса и Маршалла к анализу устойчивости в этой ситуации приводят к совершенно различным результатам. Вместе с тем, описанный выше подход объединяет преимущества Вальрасианского и Маршаллианского анализа устойчивости частного экономического равновесия, поскольку в уравнениях (12)-(14) одновременно меняются и объемы и цены блага для потребителя и производителя, и позволяет сформулировать более точные условия устойчивости равновесия.

Проведенный анализ элементарного экономического обмена позволяет сформулировать следующие выводы. Гипотеза **price taking behavior**, обычно формулируемая при теоретическом анализе систем частного и общего экономического равновесия, далеко не соответствует реальности. Субъективные ценности обмениваемого блага для потребителя и поставщика непрерывно корректируются в процессе рыночного обмена и постоянно сравниваются с рыночной ценой обмениваемого блага. Эта рыночная цена формируется в процессе экономического или символического обмена. Таким образом, "спонтанный порядок человеческого со-

трудничества" (Хайек) появляется в результате координации субъективных ценностей на основе "общей ценности рыночной цены обмениваемого блага.

Как известно, биржа и фондовый рынок являются одними из фундаментальных институтов чистого рыночного капитализма. Приведенная выше модель экономического обмена идеально соответствует особенностям биржевой торговли: действительно, рыночная цена товара формируется здесь в процессе биржевой торговли и координации субъективных ценностей обмениваемого товара у покупателя и поставщика. Это дает нам основания утверждать, что описанная модель отражает весьма существенные черты процесса экономического обмена.

## 2. "Ошибки" рынка

### 2.1. Трансакционные издержки

Ранее мы рассмотрели простейший вариант аддитивных трансакционных издержек, которые возникают в ситуациях слабых несовершенств информации о рыночных ценах обмениваемых благ и приводят лишь к сдвигу равновесия обмена. В реальности же часто возникают ситуации гораздо более серьезных нарушений равновесия обмена. Эти ситуации вызваны тем, что между двумя основными субъектами экономического обмена - поставщиком и потребителем блага - вклинивается некоторое промежуточное звено "посредник", которое может существенно искажать ценовые сигналы, циркулирующие в системе обмена.

Продemonстрируем этот феномен на примере простейшей системы "поставщик-потребитель" с трансакционными издержками мультипликативного типа, возникающими вследствие маржи, взимаемой посредником за совершенную сделку. Эта система описывается следующей моделью, в которой переменная  $t > 1$  отражает эффект влияния трансакционных издержек на рыночную цену блага для потребителя:

$$\begin{aligned}\dot{A}^c &= k^c (p_c(A^c) - t p_m), \quad k^c > 0, \quad t > 1, \\ \dot{A}^s &= k^s (p_s(A^s) - p_m), \quad k^s < 0, \\ \dot{p}_m &= \alpha (A^c - A^s), \quad \alpha > 0.\end{aligned}\tag{18}$$

Равновесная точка в системе (18) определяется из условий:  $p_c(A^*) = t p_s(A^*)$ ,  $A^c = A^s = A^*$ .

Анализ этих условий равновесия позволяет сделать вывод о том, что трансакционные издержки мультипликативного типа приводят к снижению объемов сделок между экономическими агентами и общему росту цен. Равновесие обме-

на смещается от совершенно конкурентного  $E_1$  к равновесию транзакционной "ловушки"  $E_2$ . Покажем, что равновесие  $E_2$  является устойчивым. Матрица линеаризованной системы имеет вид:

$$J = \begin{pmatrix} k^c \frac{dp_c}{dA^c} & 0 & -tk^c \\ 0 & k^s \frac{dp_s}{dA^s} & -k^s \\ \alpha & -\alpha & 0 \end{pmatrix}$$

Пусть  $a_1 = k^c \frac{dp_c}{dA^c}$ ,  $a_2 = k^s \frac{dp_s}{dA^s}$ . Тогда характеристический полином рассматриваемой системы имеет вид:  $|\lambda E - J| = \lambda^3 - \lambda^2(a_1 + a_2) + \lambda(a_1 a_2 - \alpha k^s + \alpha + k^c) + (a_1 \alpha k^s - a_2 \alpha t k^c)$ . Условия устойчивости Гурвица:

$$\begin{aligned} -a_1 - a_2 &> 0 \\ -(a_1 + a_2)a_1 a_2 + a_2 \alpha k^s - a_1 \alpha t k^c &> 0 \\ a_1 k^s - a_2 t k^c &> 0 \end{aligned}$$

очевидно, выполнены для любого  $t > 1$ . Равновесие  $E_2$  является устойчивым.

Таким образом, транзакционные издержки в системе экономического обмена приводят к устойчивому сдвигу положения равновесия от точки эффективной рыночной аллокации ресурсов.

## 2.2. Моральный риск (moral hazard)

Другой известный случай "market failure" также легко интерпретировать в рамках структуралистского анализа. Ситуация "морального риска" возникает в системе "Principal-Agent", когда экономический агент (производитель некоторого ресурса) склонен завышать объемы поставок ресурса, используя неполноту информации в системе обмена. Эта ситуация описывается следующей моделью:

$$\begin{aligned} \dot{A}^c &= k^c (p_c(A^c) - p_m), \quad k^c > 0, \\ \dot{A}^s &= k^s (p_s(A^s) - p_m), \quad k^s < 0, \\ \dot{p}_m &= \alpha (A^c - h A^s), \quad \alpha > 0, \quad h > 1. \end{aligned} \tag{19}$$

Здесь  $A^s$  - фактический объем поставок ресурса агентом,  $h A^s > A^s$  - демонстрируемый объем поставок ресурса,  $h$  - некоторый ненаблюдаемый параметр.

Равновесная точка в системе (19) определяется из уравнения  $p_c(h A^*) = p_s(A^*)$ .

Отсюда видно, что в ситуации морального риска объемы сделок между экономическими агентами также снижаются, а уровень цен сделок падает. Устойчивость нового равновесия  $E_2$  проверяется непосредственно по аналогии с предыдущим

случае. Следовательно, эффект морального риска ведет к образованию институциональной "ловушки".

### 2.3. Ухудшающий отбор (adverse selection)

Пожалуй, именно ситуация "ухудшающего отбора" иллюстрирует сложность поиска общих социальных ценностей - рыночных цен обмениваемых благ - наиболее наглядно. Эта ситуация типична для **неполных рынков**, когда потребитель не может дифференцировать блага различного типа и вынужден формировать свои субъективные предпочтения с учетом априорных предположений о структуре рынка. Классический пример ситуации обратного выбора - рынок "лимонов" подержанных автомобилей, которые могут оказаться вполне приемлемого качества, либо совсем плохими, т.е. "лимонами". В работе Акерлофа [Akerlof, 1970] было показано, что в большинстве ситуаций этот рынок деградирует, поскольку на нем остаются только продавцы "лимонов". Причина распада подобных плохо сегментированных рынков заключается в невозможности формирования общей для покупателей и продавцов рыночной цены обмениваемых благ и, соответственно, в отсутствии рыночного равновесия.

Рассмотрим интерпретацию ситуации обратного выбора в рамках структуралистского метода. Как отмечалось выше, в ситуациях "неполных" рынков потребитель вынужден модифицировать свои субъективные предпочтения с учетом того, что на рынке присутствуют блага различного типа (например, высокого и низкого качества). В частности, в модели рынка "лимонов" обратная функция потребительского спроса будет зависеть не только от общего объема спроса, но и от субъективной оценки доли "лимонов" на рынке  $\gamma^c$ . При возрастании  $\gamma^c$  объем спроса будет уменьшаться.

Более конкретно, будем предполагать, что объемы предложения нормальных благ (A) и "лимонов" (L) равны соответственно  $Q_A^s$  и  $Q_L^s$ , общий объем потребительского спроса на рынке равен  $Q^c$ . Обратные функции спроса и предложения равны соответственно:  $p^c(Q^c, \gamma^c)$ ,  $p_A^s(Q_A^s)$ ,  $p_L^s(Q_L^s)$ ; рыночная цена равна  $p_m$ . Тогда рассматриваемый рынок описывается следующей формальной моделью:

$$\begin{aligned}\dot{Q}^c &= k^c (p^c(Q^c, \gamma^c) - p_m), & k^c &> 0 \\ \dot{Q}_A^s &= k_A^s (p_A^s(Q_A^s) - p_m), & k_A^s &< 0 \\ \dot{Q}_L^s &= k_L^s (p_L^s(Q_L^s) - p_m), & k_L^s &< 0 \\ \dot{p}_m &= \alpha (Q^c - Q_A^s - Q_L^s), & \alpha &> 0.\end{aligned}\tag{20}$$

Равновесная точка в системе (20) определяется из условий:  $Q^c = Q_A^s + Q_L^s$ ,  $p_L^s(Q_L^s) = p_A^s(Q_A^s) = p^c(Q_L^s + Q_A^s, \gamma^c) = p^m$ . Покажем, что эти условия не выполняются при естественных предположениях о характере функций спроса и предложения благ. В самом деле, поскольку стоимость качественных благ намного выше стоимости "лимонов", то для любого  $Q$ :

$$\begin{aligned} p_A^s &> p_L^s & (21) \\ \frac{dp_A^s}{dQ} &< \frac{dp_L^s}{dQ} & (22) \end{aligned}$$

Условие (22) означает, что при уменьшении рыночной цены предложение качественных благ будет сокращаться резче, чем предложение "лимонов".

При условиях (21)-(22)  $Q_L^s > Q_A^s$  и поэтому субъективная оценка доли "лимонов" на рынке  $\gamma^c$  будет возрастать, а кривая рыночного спроса смещаться вниз и влево от исходного положения  $p^c(Q_A^s + Q_L^s, 0)$ . При этом рыночная цена  $p_m$  падает, а количество качественных благ  $Q_A^s$  на рынке сокращается гораздо быстрее объема предложения "лимонов"  $Q_L^s$ , вследствие чего субъективная оценка доли "лимонов"  $\gamma^c$  будет возрастать далее, что приведет к дальнейшему сдвигу кривой рыночного спроса  $p^c(Q_A^s + Q_L^s, \gamma^c)$  вниз и влево. В результате этих "мысленных экспериментов" субъекты экономического обмена не могут прийти к взаимоприемлемому соглашению о рыночной цене  $p_m$  в данной ситуации, и рынок деградирует: на нем остаются только продавцы "лимонов".

Следует отметить характерную черту рассмотренной ситуации, которая обычно "затушевывается" при традиционном неоклассическом анализе феномена "ухудшающего отбора". Это особая роль субъективных ожиданий экономических агентов - оценок  $\gamma^c$ , - которые являются компонентом **функции моделирования** на данном неполном рынке. По сути дела, неполные рынки являются переходной формой экономического обмена от совершенно конкурентных рынков к рынкам несовершенной конкуренции, которые характеризуются отсутствием общих институциональных ценностей у агентов экономического обмена и особой ролью механизмов формирования субъективных ожиданий агентов.

### 3. Общая модель экономического обмена

В предыдущем параграфе были проанализированы основные факторы, затрудняющие поиск общих ценностей в процессах экономического обмена. Весьма нередко в силу воздействия этих факторов процесс обмена, основанный на общих ценностях обмениваемых благ, становится невозможным, и экономические агенты

вынуждены прибегать к другим механизмам координации своих предпочтений: олигополистическому обмену, основанному на координации взаимных ожиданий агентов, монополистическому обмену, основанному на механизме власти и др. Анализ этих механизмов - предмет другой работы. Здесь же мы сосредоточимся на проблемах общего равновесия в системах экономического, основанного на ценностях. То есть мы изначально предполагаем, что агенты пытаются координировать свои субъективные предпочтения на основе поиска общих ценностей обмениваемых благ. Основной задачей в этом параграфе является изучение условий, при которых подобный экономический обмен может приводить к успеху, то есть существованию устойчивого равновесия в системе обмена.

Мы будем рассматривать экономические системы с произвольным количеством обмениваемых благ и произвольным количеством участников обмена - потребителей или поставщиков обмениваемых благ.

Рассмотрим вначале *базовую задачу* характеризующуюся множественностью агентов и благ при единственном (репрезентативном) поставщике благ.

Будем рассматривать следующие переменные:

- количества благ  $A, B, C, \dots$  как в аспекте спроса на эти блага, так и в аспекте предложения этих благ;

- субъективные цены обмениваемых благ, которые будут трактоваться как обратные функции спроса на блага  $A, B, C, \dots$ , например,

$p_A^1 = p_A^1(A_1^c, B_1^c, \dots)$  – обратная функция спроса на благо  $A$  со стороны агента 1;

- обратные функции предложения благ  $A, B, \dots$ , например,

$p_A^s = p_A^s(A^s, B^s, \dots)$  – обратная функция предложения блага  $A$ ;

- рыночные цены благ  $A, B, \dots$ , формируемые в процессе экономического обмена:  $p_A^m, p_B^m, \dots$ .

Следует отметить, что эти рыночные цены не являются внешними (экзогенными) по отношению рассматриваемой системе обмена; они формируются ("возникают") в процессе экономического обмена и, в отличие от модели Эрроу-Дебре, не задаются с использованием искусственных переменных типа "избыточного спроса" на блага.

Рассмотрим вначале наиболее простой случай: 2 агента(потребителя), 1 благо. Динамика потребления блага  $A$  экономическими агентами 1 и 2 описывается

следующими уравнениями:

$$\dot{A}_1^c = k_1 (p_A^1(A_1^c) - p_A^m), \quad k_1 > 0 \quad (23)$$

$$\dot{A}_2^c = k_2 (p_A^2(A_2^c) - p_A^m), \quad k_2 > 0 \quad (24)$$

Экономический смысл уравнений (23) и (24) состоит в том, что если субъективная цена блага А для экономического агента выше рыночной цены этого блага, то объем потребления блага А этим агентом увеличивается и наоборот.

С другой стороны, объем предложения блага А описывается уравнением:

$$\dot{A}^s = k_A^s (p_A^s(A^s) - p_A^m), \quad k_A^s < 0. \quad (25)$$

Экономический смысл уравнения (25) состоит в том, что если цена предложения блага А ( $p_A^s$ ) выше рыночной цены этого блага ( $p_A^m$ ), сложившейся в процессе обмена, то объем предложения  $A^s$  этого блага начинает уменьшаться. На содержательном уровне это означает, что если большинство экономических агентов "недооценивают" благо А, то есть средние издержки его производства значительно выше той цены, которую можно получить от его реализации, то большинство производителей блага А "сворачивают" объемы его производства.

И наконец, рыночная цена блага А ( $p_A^m$ ) определяется величиной рассогласования между суммарным объемом потребления  $A_1^c + A_2^c$  и производства  $A^s$  блага А, то есть

$$\dot{p}_A^m = \alpha (A_1^c + A_2^c - A^s), \quad \alpha > 0. \quad (26)$$

Экономический смысл уравнения (26) состоит в том, что если объем потребления блага А выше объема предложения этого блага, то рыночная цена блага А начинает повышаться и наоборот.

Таким образом, рассматриваемая система экономического обмена имеет вид:

$$\dot{A}_1^c = k_1^c (p_A^1(A_1^c) - p_A^m), \quad (27)$$

$$\dot{A}_2^c = k_2^c (p_A^2(A_2^c) - p_A^m), \quad (28)$$

$$\dot{A}^s = k_A^s (p_A^s(A^s) - p_A^m), \quad (29)$$

$$\dot{p}_A^m = \alpha (A_1^c + A_2^c - A^s). \quad (30)$$

Как и выше в п.1, устанавливаем, что в ситуации локально-оптимального выбора объемов потребления и производства благ, а также рыночной цены в рассматриваемой системе значения коэффициентов равны:  $k_1^c = -1/(p_A^1(A_1^c))'$ ,  $k_2^c = -1/(p_A^2(A_2^c))'$ ,  $k_A^s = -1/(p_A^s(A^s))'$ ,  $\alpha = (k_1^c + k_2^c - k_A^s)^{-1}$ .

Согласование индивидуальных предпочтений в рассматриваемой системе экономического выбора можно формально интерпретировать как наличие единственного устойчивого положения равновесия в системе (27)-(30). Требование устойчивости равновесия является существенным, поскольку в случае неустойчивости любое малое изменение индивидуальных предпочтений приводит к распаду системы.

Равновесная точка  $(A_1^*, A_2^*)$  в системе (27)-(30) определяется из условий  $p_A^1(A_1^*) = p_A^2(A_2^*)$ ,  $p_A^s(A_1^* + A_2^*) = p_A^1(A_1^*)$ .

При обычных предположениях о характере кривых обратных функций спроса и предложения (монотонное убывание кривых спроса и монотонное возрастание кривых предложения по своим аргументам) решение этой системы уравнений в общей ситуации существует. Действительно, из первого уравнения  $p_A^1(A_1^*) = p_A^2(A_2^*)$  следует, что значение  $A_2^*$  является монотонно возрастающей функцией  $A_1^*$ . Тогда левая часть уравнения  $p_A^s(A_1^* + A_2^*) = p_A^1(A_1^*)$  является монотонно убывающей функцией  $A_1^*$ , а правая часть этого уравнения монотонно возрастает по  $A_1^*$ . Поэтому в общей ситуации равновесная точка в системе (27)-(30) существует.

Устойчивость этого положения равновесия проверяется для системы, линеаризованной в окрестности  $(A_1^*, A_2^*)$ :

$$\dot{q} = J q, \quad q = (A_1^c - A_1^*, A_2^c - A_2^*, A^s - A_1^* - A_2^*, p_A^m - p_A^*), \quad (31)$$

где

$$J = \begin{pmatrix} k_1^c \frac{dp_A^1}{dA_1^c} & 0 & 0 & -k_1^c \\ 0 & k_2^c \frac{dp_A^2}{dA_2^c} & 0 & -k_2^c \\ 0 & 0 & k_A^s \frac{dp_A^s}{dA^s} & -k_A^s \\ \alpha & \alpha & -\alpha & 0 \end{pmatrix} \quad (32)$$

Условия Гурвица устойчивости характеристического полинома для системы (31)-(32) проверяются непосредственно. Анализ этих условий свидетельствует о том, что при  $\frac{dp_A^1}{dA_1^c} < 0$ ,  $\frac{dp_A^2}{dA_2^c} < 0$ ,  $\frac{dp_A^s}{dA^s} > 0$ , т.е. в ситуации нормальных благ, положение равновесия системы (27)-(30) будет устойчивым. Следовательно, для достаточно широкого класса кривых индивидуальных предпочтений, характеризующихся монотонным убыванием обратных функций спроса и монотонным возрастанием обратных функций предложения, существует устойчивое положение равновесия в системе (27)-(30).

Полученный результат допускает различные обобщения на системы с произвольным количеством участников. Рассмотрим вначале модель экономического обмена с  $n$  агентами (потребителями), одним обмениваемым благом и одним репрезентативным поставщиком блага. Введем переменные количества спроса на благо  $A$  со стороны каждого из агентов:  $A_1^c, \dots, A_n^c$ , количества предложения блага  $A$  -  $A^s$ ; индивидуальных функций спроса на благо  $A$ :  $p_1, \dots, p_n$  для каждого агента, участвующего в обмене; обратной функции предложения блага  $A$  -  $p_A^s$ , а рыночной цены блага  $A$  -  $p_A^m$ .

Для описания рассматриваемой ситуации экономического обмена воспользуемся моделью, являющейся прямым обобщением модели (27)-(30):

$$\begin{aligned} \dot{A}_1^c &= k_1^c(p_1(A_1^c) - p_A^m) \\ &\vdots \\ \dot{A}_n^c &= k_n^c(p_n(A_n^c) - p_A^m) \\ \dot{A}^s &= k_A^s(p_A^s(A^s) - p_A^m) \\ \dot{p}_A^m &= \alpha(A_1^c + \dots + A_n^c - A^s) \end{aligned} \quad (33)$$

Как и ранее, в ситуации локально-оптимального выбора объемов потребления и производства блага  $A$ , а также рыночной цены блага значения коэффициентов равны:  $k_1^c = -1/(p_1^1(A_1^c))', \dots, k_n^c = -1/(p_n^n(A_n^c))', k_A^s = -1/(p_A^s(A^s))', \alpha = (k_1^c + \dots + k_n^c - k_A^s)^{-1}$ .

Равновесная точка в системе (33) определяется из условий:  $p_1(A_1^*) = p_2(A_2^*) = \dots = p_n(A_n^*) = p_A^s(A_1^* + \dots + A_n^*)$ .

Поясним, как решается эта система из  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными  $A_1^*, \dots, A_n^*$ . Вначале из первых  $n-1$  уравнений для каждого значения  $A_1^*$  определяются значения  $A_2^* = f_2(A_1^*), \dots, A_n^* = f_n(A_1^*)$ . При этом для монотонно убывающих кривых спроса функции  $f_2, \dots, f_n$  монотонно возрастают по своему аргументу.

Затем полученные значения подставляются в уравнение

$$p_1(A_1^*) = p_A^s(A_1^* + f_2(A_1^*) + \dots + f_n(A_1^*)).$$

Правая часть этого уравнения является монотонно возрастающей функцией от  $A_1^*$  (композицией монотонно возрастающих функций от  $A_1^*$ ), а левая часть монотонно убывает по  $A_1^*$ . Поэтому в общей ситуации это уравнение имеет единственное решение  $A_1^*$ . Таким образом, для монотонно убывающих функций спроса и монотонно возрастающей функции предложения существует единственное решение рассматриваемой системы.

Устойчивость положения равновесия  $(A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^*)$ , согласно теореме Ляпунова, проверяется для системы, линеаризованной в окрестности положения равновесия, где, ввиду гладкости производных функций спроса и предложения, можно положить  $k_1^c = -1/(p_A^1(A_1^c))'_{A_1^*}, \dots, k_n^c = -1/(p_A^n(A_n^c))'_{A_n^*}, k_A^s = -1/(p_A^s(A^s))'_{A^*}, \alpha = (k_1^c + \dots + k_n^c - k_A^s)^{-1}$ .

Непосредственная проверка условий устойчивости характеристического полинома линеаризованной системы является чрезвычайно сложной задачей. Поэтому для доказательства устойчивости системы (33) мы будем использовать иной подход, основанный на методе математической индукции.

Первый шаг индукции - устойчивость системы (33) при  $n = 1$  - уже доказан в п.1. Для индукционного перехода предположим, что устойчивость системы (33) установлена для всех  $k \leq n$  и докажем это утверждение для  $k = n + 1$ . Рассматриваемая система в этом случае приобретает вид:

$$\begin{aligned} \dot{A}_1^c &= k_1^c(p_1(A_1^c) - p_A^m) \\ &\vdots \\ \dot{A}_n^c &= k_n^c(p_n(A_n^c) - p_A^m) \\ \dot{A}_{n+1}^c &= k_{n+1}^c(p_{n+1}(A_{n+1}^c) - p_A^m) \\ \dot{A}^s &= k_A^s(p_A^s(A^s) - p_A^m) \\ \dot{p}_A^m &= \alpha(A_1^c + \dots + A_n^c + A_{n+1}^c - A^s) \end{aligned} \quad (34)$$

Пусть  $A = A_n^c + A_{n+1}^c$ . Сложив уравнения предыдущей системы, относящиеся к потребителям с номерами  $n$  и  $n + 1$ , мы приведем рассматриваемую систему к виду:

$$\begin{aligned} \dot{A}_1^c &= k_1^c(p_1(A_1^c) - p_A^m) \\ &\vdots \\ \dot{A} &= (k_n^c + k_{n+1}^c)(p_c(A_n^c, A_{n+1}^c) - p_A^m) \\ \dot{A}^s &= k_A^s(p_A^s(A^s) - p_A^m) \\ \dot{p}_A^m &= \alpha(A_1^c + \dots + A - A^s) \end{aligned} \quad (35)$$

где  $\alpha = (k_1^c + \dots + (k_n^c + k_{n+1}^c) - k_A^s)^{-1}$ ,

$$p_c(A_n^c, A_{n+1}^c) = \frac{k_n^c p_c^n(A_n^c) + k_{n+1}^c p_c^{n+1}(A_{n+1}^c)}{k_n^c + k_{n+1}^c}.$$

Рассмотрим функцию  $f(A_n^c, A_{n+1}^c) = k_n^c p_c^n(A_n^c) + k_{n+1}^c p_c^{n+1}(A_{n+1}^c)$ . Необходимо показать, что в окрестности равновесной точки  $(A_n^*, A_{n+1}^*)$  линейная часть функции

$f$  зависит от дифференциала суммы  $A_n^c + A_{n+1}^c$ . Действительно, в силу определения коэффициентов  $k_n^c, k_{n+1}^c$ , имеем

$$\begin{aligned}\partial f / \partial A_n^c |_{A_n^*} &= -1 \\ \partial f / \partial A_{n+1}^c |_{A_{n+1}^*} &= -1,\end{aligned}$$

Поэтому

$$\Delta p_c(A_n^c, A_{n+1}^c) = -\frac{\Delta A}{k_n^c + k_{n+1}^c}.$$

Поэтому линеаризованная в окрестности положения равновесия система (41) сводится к случаю рассматриваемой системы при  $k = n$ , устойчивость которой выполнена по предположению индукции.

Осталось показать устойчивость компонент объекта  $A$ :

$$\begin{aligned}\dot{A}_n^c &= k_n^c(p_n(A_n^c) - p_A^m) \\ \dot{A}_{n+1}^c &= k_{n+1}^c(p_{n+1}(A_{n+1}^c) - p_A^m).\end{aligned}\tag{36}$$

В самом деле, величина  $p_A^m$  не выходит из  $\epsilon$ -трубки вокруг равновесной точки  $p_A^*$  для малого  $\epsilon > 0$ , а каждое из характеристических уравнений для зависимостей в (36) имеет отрицательный вещественный корень. Поэтому переменные  $(A_n^c, A_{n+1}^c)$  устойчивы по Ляпунову. Второй шаг индукции завершен.

Рассмотрим теперь **общую ситуацию экономического обмена**, то есть случай  $n$  агентов выбора и  $k$  благ. Введем следующие переменные, характеризующие эту систему:

$A_1^1, A_2^1, \dots, A_n^1$  - объемы спроса на благо 1 со стороны агентов  $1, \dots, n$ ;  
 $\dots$   
 $A_1^i, A_2^i, \dots, A_n^i$  - объемы спроса на благо  $i$  со стороны агентов  $1, \dots, n$ ;  
 $\dots$   
 $A_1^k, A_2^k, \dots, A_n^k$  - объемы спроса на благо  $k$  со стороны агентов  $1, \dots, n$ ;  
 $A_s^1, A_s^2, \dots, A_s^k$  - объемы предложения благ  $1, \dots, k$ ;  
 $p_i^j(A_i^j, A_i^{-j})$  - обратная функция спроса на благо  $j$  со стороны агента  $i$ , где  $A_i^{-j} = \{A_i^1, \dots, A_i^{j-1}, A_i^{j+1}, \dots, A_i^k\}$ ;  
 $p_s^i(A_s^i)$  - обратная функция предложения блага  $i = 1, \dots, k$ ;  
 $p_m^1, \dots, p_m^k$  - рыночные цены благ  $1, \dots, k$ , формируемые в процессе экономического обмена.

Подчеркнем, что обратные функции спроса на каждое обмениваемое благо в рассматриваемой ситуации зависят от объема потребления этого блага и от объемов потребления других обмениваемых благ.

Тогда рассматриваемая ситуация экономического обмена описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}
\dot{A}_1^i &= k_1^i(p_1^i(A_1^i, A_1^{-i}) - p_m^i), \\
&\vdots \\
\dot{A}_n^i &= k_n^i(p_n^i(A_n^i, A_n^{-i}) - p_m^i), \\
\dot{A}_s^i &= k_s^i(p_s^i(A_s^i) - p_m^i), \\
\dot{p}_m^i &= \alpha_i(A_1^i + \dots + A_n^i - A_s^i),
\end{aligned} \tag{37}$$

где  $i = 1, \dots, k$ . В локально-оптимальном случае, как и выше, имеем:  $k_j^i = -\frac{1}{(p_j^i(A_j^i, \dots))'_{A_j^i}}$ ,  $k_s^i = -\frac{1}{(p_s^i(A_s^i))'_{A_s^i}}$ ,  $\alpha_i = (k_1^i + \dots + k_n^i - k_s^i)^{-1}$ .

Равновесная точка в этой системе определяется из следующих уравнений:  $p_1^i(A_1^i, A_1^{-i}) = \dots = p_n^i(A_n^i, A_n^{-i}) = p_s^i(A_1^i + \dots + A_n^i)$ ,  $i = 1, \dots, k$ .

Покажем, как решается эта система уравнений. Введем следующие обозначения:  $X = (A_1^1, A_1^2, \dots, A_1^k)$ ,  $Y_2 = (A_2^1, A_2^2, \dots, A_2^k), \dots, Y_n = (A_n^1, A_n^2, \dots, A_n^k)$ . Вектора  $X$  и  $Y_2$  связаны между собой следующей системой из  $k$  уравнений:

$$\begin{aligned}
p_1^1(X) &= p_2^1(Y_2) \\
&\vdots \\
p_1^k(X) &= p_2^k(Y_2)
\end{aligned} \tag{38}$$

или  $P_1(X) = P_2(Y_2)$ .

Если матрица частных производных  $(P_2)'_{Y_2}$  невырождена, то в некоторой окрестности равновесной точки существует единственное решение  $Y_2 = F_2(X)$ . Аналогично для любого  $i = 2, \dots, n$ :  $Y_i = F_i(X)$  и каждая координата вектора  $Y_i$  является функцией от  $X$ :

$$A_2^i = f_2^i(X), \dots, A_n^i = f_n^i(X)$$

Подставив эти значения в уравнение  $p_1^i(X) = p_s^i(A_s^i)$ , получим:

$$p_1^i(X) = p_s^i(A_1^i + f_2^i(X) + \dots + f_n^i(X)), \quad i = 1, \dots, k \tag{39}$$

Рассмотрим вектор-функции  $P_1 = (p_1^1, \dots, p_1^k)'$ ,  $P_s = (p_s^1, \dots, p_s^k)'$ . Для того, чтобы система (39) из  $k$  уравнений с  $k$  неизвестными  $A_1^1, A_1^2, \dots, A_1^k$  имела решение, необходимо предположить, по аналогии с предыдущим случаем монотонных обратных функций спроса и предложения, что выполнены условия "общего положения", которые формально сводятся к условиям теоремы Брауэра о неподвижной

точке. Более конкретно, предполагается, что  $X \in \mathcal{X}$ , где  $\mathcal{X}$  - замкнутое, ограниченное, выпуклое множество, а отображение  $G = P_1^{-1} P_s$  является непрерывным отображением множества  $\mathcal{X}$  в себя.

Обсудим это условие. Для существования отображения  $G$  достаточно предположить, что все рассматриваемые переменные – объемы и функции спроса и предложения, рыночные цены обмениваемых благ – имели единую область определения и значений, что достигается соответствующей перенормировкой исходных переменных. Для непрерывности отображения  $G$  достаточно предположить непрерывность всех обратных функций спроса и предложения по своим аргументам, что обычно выполнено в реальных задачах.

Исследуем теперь устойчивость положения равновесия в системе (37). Матрица  $J$  системы, линеаризованной в окрестности положения равновесия, является "почти-блочной" с  $k$  блоками, соответствующими подсистемам спроса и предложения для каждого из  $k$  благ, и внеблочными элементами, образованными "перекрестными" частными производными обратных функций спроса на блага  $i = 1, \dots, k$  по объемам спроса на другие блага, например,  $\partial p_1^1 / \partial A_1^2$ , etc.

Достаточные условия устойчивости этой системы будем анализировать по следующей схеме. Во-первых, по теореме Важевского, устойчивость линеаризованной системы с матрицей  $J$  будет определяться собственными значениями эрмитово-симметризованной матрицы  $S = \frac{1}{2}(J + J^*)$ , которая допускает представление  $S = A + E$ , где  $A = T \Lambda T^{-1}$  - диагонализуемая матрица, порожденная основными  $k$  блоками рассматриваемой системы,  $T$  - ортогональная матрица, а  $E$  - эрмитова матрица, порожденная всеми "внеблочными" элементами (т.е. перекрестными частными производными обратных функций спроса на блага). Пусть  $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_{kn})$  - собственные значения матрицы  $A$ . По обобщенной теореме Гершгорина (см. Хорн, Джонсон, 1989, теорема 6.3.2, с.436), для любого собственного значения  $\hat{\lambda}$  матрицы  $S$  найдется одно из чисел  $\lambda_i$  такое, что  $|\hat{\lambda} - \lambda_i| \leq \|E\|$ . Поэтому при достаточной малости нормы матрицы  $E$ , образованной перекрестными частными производными обратных функций спроса, устойчивость матрицы  $J$  будет определяться собственными значениями эрмитово-симметризованной матрицы  $A = \frac{1}{2}(B + B^*)$ , соответствующей "чисто-блочной" матрице  $B$  из  $k$  рассматриваемых благ. Однако устойчивость этой "чисто-блочной" матрицы  $B$  для любых коэффициентов  $k_1^i, \dots, k_n^i, \alpha_i, i = 1, \dots, k$  устанавливается совершенно аналогично рассмотренному выше случаю одного блага. Поскольку характеристические пока-

затели Ляпунова матриц  $A$  и  $B$  совпадают, линеаризованная система с матрицей  $A$  будет также устойчивой.

Поэтому справедлива

### Теорема 1.

Пусть для системы (37) выполнено приведенное выше условие "общего положения" и, кроме того, следующее условие ограниченности "перекрестных" частных производных функций спроса:

$$\begin{aligned} V &= \left\| \frac{\partial p_i^j}{\partial A_i^n} \right\| \\ U &= \min\{|\lambda_i| \neq 0, 1 \leq i \leq k * n\} \\ 0 &< V < U, \end{aligned} \tag{40}$$

где  $\lambda_i$  - собственные значения эрмитово-симметризованной матрицы  $A = \frac{1}{2}(B + B^*)$ , соответствующей блочно-диагональной матрице  $B$  с  $k$  блоками для  $k$  обмениваемых благ.

Тогда в ситуации "нормальных" благ (ниспадающие функции обратного спроса на блага и возрастающие функции предложения благ) существует устойчивое положение равновесия в системе (37).

## 3.2. Теория общего экономического равновесия

Далее мы рассмотрим перспективу построения теории общего экономического равновесия, основанную на следующей идее: в отличие от концепции общего равновесия Л. Вальраса, базирующейся на гипотезе "price-taking behavior" экономических агентов, развиваемый далее подход основан на представлении о том, что экономические агенты активно формируют рыночные цены обмениваемых благ, сопоставляя с ними субъективные цены этих благ в процессе обмена.

В отличие от вальрасианского подхода в рассматриваемых далее моделях общего равновесия **все переменные являются эндогенными**, включая рыночные цены обмениваемых благ, и поэтому теоретические затруднения, с которыми сталкиваются вальрасианские теории общего равновесия, не возникают здесь априори.

Рассмотрим вначале наиболее простой случай: 2 блага  $A$  и  $B$ , 2 поставщика благ

А и В, 1 потребитель благ А и В. Эта система описывается следующей моделью:

$$\begin{aligned}
\dot{A}^c &= k_A^c(p_A^c(A^c, B^c) - p_A^m), \\
\dot{A}^s &= k_A^s(p_A^s(A^s) - p_A^m), \\
\dot{p}_A^m &= \alpha(A^c - A^s), \\
\dot{B}^c &= k_B^c(p_B^c(B^c, A^c) - p_B^m), \\
\dot{B}^s &= k_B^s(p_B^s(B^s) - p_B^m), \\
\dot{p}_B^m &= \beta(B^c - B^s).
\end{aligned} \tag{41}$$

Равновесные точки системы (41) удовлетворяют следующим условиям:  $A^s = A^c = A^*$ ,  $B^s = B^c = B^*$ ,  $p_A^c(A^*, B^*) = p_A^s(A^*) = p_A^*$ ,  $p_B^c(B^*, A^*) = p_B^s(B^*) = p_B^*$ . Как и выше, в случае монотонно убывающих функций спроса  $p^c$  и монотонно возрастающих функций предложения  $p^s$  для каждого  $B^*$  существует единственная точка  $A^* = A^*(B^*)$ , определяемая из уравнения  $p_A^c(A^*, B^*) = p_A^s(A^*)$ . Подставляя это значение в уравнение  $p_B^c(B^*, A^*) = p_B^s(B^*)$ , получим:

$$p_B^c(B^*, A^*(B^*)) = p_B^s(B^*).$$

Правая часть этого уравнения монотонно возрастает по  $B^*$ , тогда как его левая часть является монотонно убывающей функцией от  $B^*$ . Как и выше, предполагаем, что решение этого уравнения в общей ситуации существует. Для единственности этого решения достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\frac{\partial p_B^c}{\partial B^*} < 0, \quad \frac{\partial p_B^c}{\partial A^*} < 0, \quad \frac{\partial p_B^s}{\partial B^*} > 0.$$

Таким образом, при достаточно общих и естественных условиях, наложенных на функции  $p_A^c$ ,  $p_B^c$ ,  $p_A^s$ ,  $p_B^s$ , существует единственная равновесная точка в системе (37).

Для исследования устойчивости этого равновесия рассмотрим линеаризованную систему:

$$\begin{aligned}
q &= (A^c - A^*; A^s - A^*; p_A^m - p_A^*; B^c - B^*; B^s - B^*; p_B^m - p_B^*), \\
\dot{q} &= J q,
\end{aligned}$$

где

$$J = \begin{pmatrix} k_A^c \frac{\partial p_A^c}{\partial A^c} & 0 & -k_A^c & k_A^c \frac{\partial p_A^c}{\partial B^c} & 0 & 0 \\ 0 & k_A^s \frac{dp_A^s}{dA^s} & -k_A^s & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & -\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_B^c \frac{\partial p_B^c}{\partial A^c} & 0 & 0 & k_B^c \frac{\partial p_B^c}{\partial B^c} & 0 & -k_B^c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_B^s \frac{dp_B^s}{dB^s} & -k_B^s \\ 0 & 0 & 0 & \beta & -\beta & 0 \end{pmatrix}$$

Заметим, что матрица  $J$  является почти-блочной с "блоками", соответствующими рынкам благ  $A$  и  $B$ . Используя рассуждения, аналогичные приведенным выше при доказательстве устойчивости системы (43), убеждаемся, что достаточные условия устойчивости этой системы имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_A^c}{\partial A^*} < 0, \quad \frac{\partial p_B^c}{\partial B^c} < 0, \quad \frac{\partial p_A^s}{\partial A^s} > 0, \quad \frac{\partial p_B^s}{\partial B^s} > 0, \\ |k_A^c \frac{\partial p_A^c}{\partial B^c} + k_B^c \frac{\partial p_B^c}{\partial A^c}| < \min(|\lambda_i| \neq 0, i = 1, \dots, 6), \end{aligned}$$

где  $\lambda_i$  - собственные значения "чисто-блочной" матрицы, соответствующей рынкам благ  $A$  и  $B$ . В частности, при  $k_A^c = k_B^c = 1, k_A^s = k_B^s = -1$  второе условие значительно упрощается:

$$|\frac{\partial p_A^c}{\partial B^c} + \frac{\partial p_B^c}{\partial A^c}| < 1.$$

Эти условия вновь означают, что при естественных предположениях относительно функций спроса и предложения для благ  $A$  и  $B$ , а также перекрестных частных производных функций спроса существует устойчивая равновесная аллокация в системе экономического обмена (41).

Мы рассмотрели столь подробно условия существования единственного устойчивого равновесия в этой системе потому, что она является основой для исследования рынков несовершенной конкуренции.

Обобщение этих результатов на случай с  $k$  благами проводится следующим образом. Пусть

- $A_1^c, A_2^c, \dots, A_k^c$  - объемы потребления благ  $1, \dots, k$ ;
- $A_1^s, A_2^s, \dots, A_k^s$  - объемы поставок благ  $1, \dots, k$  независимыми поставщиками;
- $p_i^c(A_i^c, A_{-i}^c)$  - обратная функция спроса на благо  $i = 1, \dots, k$ , где  $A_{-i}^c = \{A_1^c, \dots, A_{i-1}^c, A_{i+1}^c, \dots, A_k^c\}$ ;
- $p_i^s(A_i^s)$  - обратная функция предложения блага  $i = 1, \dots, k$ ;
- $p_i^m$  - рыночная цена блага  $i$ , формируемая в процессе обмена.

Тогда рассматриваемая ситуация экономического обмена описывается моделью вида:

$$\begin{aligned} \dot{A}_i^c &= k_i^c(p_i^c(A_i^c, A_{-i}^c) - p_i^m), \\ \dot{A}_i^s &= k_i^s(p_i^s(A_i^s) - p_i^m), \\ \dot{p}_i^m &= \alpha_i(A_i^c - A_i^s), \end{aligned} \tag{42}$$

где  $i = 1, \dots, k$ . В локально-оптимальном случае имеем следующие значения коэффициентов:  $k_i^c = -\frac{1}{p_i^c(A_i^c, A_{-i}^c)'_{A_i^c}}$ ,  $k_i^s = -\frac{1}{(p_i^s(A_i^s))'_{A_i^s}}$ ,  $\alpha_i = (k_i^c - k_i^s)^{-1}$ .

Равновесные точки в системе (42) определяются из уравнений:  $p_i^s(A_i^*) = p_i^c(A_i^*, A_{-i}^*)$ ,  $i = 1, \dots, k$ .

В ситуации "общего положения", например, в случае монотонно убывающих по  $A_i^*$  непрерывных функций спроса и монотонно возрастающих, непрерывных по  $A_i^*$  функций предложения, отображающих единый носитель всех переменных на себя, существует решение

$$A_i^* = g_i(A_{-i}^*), \quad i = 1, \dots, k,$$

Другими словами, для вектора равновесных объемов спроса  $X = (A_1^*, A_2^*, \dots, A_k^*)$  получим:

$$X = G(X), \quad (43)$$

где отображение  $G$  является непрерывным.

В ситуации "общего положения" существует решение (43), соответствующее равновесной аллокации благ в системе (42).

Для исследования устойчивости положения равновесия рассмотрим линеаризованную систему с "почти-блочной" матрицей  $J$  с диагональными блоками  $J_1, \dots, J_k$ , соответствующими рынкам благ  $1, \dots, k$ :

$$J_i = \begin{pmatrix} k_i^c \frac{\partial p_i^c}{\partial A_i^c} & 0 & -k_i^c \\ 0 & k_i^s \frac{\partial p_i^s}{\partial A_i^s} & -k_i^s \\ \alpha_i & -\alpha_i & 0 \end{pmatrix}$$

и внеблочными элементами вида  $\partial p_i^c / \partial A_j^c$ ,  $i \neq j$ . Доказательство сформулированной ниже Теоремы 2 повторяет идеи, использованные при доказательстве Теоремы 1: переход к эрмитово-симметризованной матрице  $S = \frac{1}{2}(J + J^*)$ , использование неравенства Важевского и теоремы Гершгорина для анализа условий устойчивости и собственных значений.

## Теорема 2

Пусть выполнено условие "общего положения" и, кроме того, следующее условие ограниченности "перекрестных" частных производных функций спроса:

$$\begin{aligned} V &= \|k_i^c \frac{\partial p_i^c}{\partial A_j^c} + k_j^c \frac{\partial p_j^c}{\partial A_i^c}\| \\ U &= \min\{|\lambda_i| \neq 0, i = 1, \dots, 3 * k\} \\ 0 &< V < U \end{aligned}$$

где  $\lambda_i$  - собственные значения эрмитово-симметризованной матрицы  $A = \frac{1}{2}(B + B^*)$ , соответствующей блочно-диагональной матрице  $B$  с  $k$  блоками для  $k$  обмениваемых благ.

Тогда существует устойчивое положение равновесия в системе экономического обмена (42).

### 3.3. Общая теория экономического обмена, основанного на ценностях

В этом разделе будет рассмотрена общая ситуация экономического обмена, в которой  $k$  обмениваемых благ,  $n$  потребителей этих благ и  $m$  поставщиков этих благ. Особенностью рассматриваемой модели обмена является то обстоятельство, что в процессе экономического обмена социальные агенты "моделируют" ситуацию обмена посредством *рыночных цен* экономических благ. Введем следующие обозначения:

- $D_j^i$  - объем потребления некоторого блага  $i = 1, \dots, k$  потребителем  $j = 1, \dots, n$ ;
- $S_j^i$  - объем поставок некоторого блага  $i = 1, \dots, k$  поставщиком  $j = 1, \dots, m$ ;
- $d_j^i$  - субъективная цена потребления блага  $i = 1, \dots, k$  потребителем  $j = 1, \dots, n$ ;
- $s_j^i$  - субъективная цена предложения блага  $i = 1, \dots, k$  поставщиком  $j = 1, \dots, m$ ;
- $p_i$  - рыночная цена обмениваемого блага  $i = 1, \dots, k$ .

Вначале предположим, что субъективные цены потребления и предложения каждого блага зависят только от объемов потребления и предложения этого блага соответственно. Уравнения системы обмена при этом запишутся следующим образом: для каждого  $i = 1, \dots, k$ :

$$\begin{aligned}
 \dot{D}_1^i &= k_{1i}^c(d_1^i(D_1^i) - p_i) \\
 &\vdots \\
 \dot{D}_n^i &= k_{ni}^c(d_n^i(D_n^i) - p_i) \\
 \dot{S}_1^i &= k_{1i}^s(s_1^i(S_1^i) - p_i) \\
 &\vdots \\
 \dot{S}_m^i &= k_{mi}^s(s_m^i(S_m^i) - p_i) \\
 \dot{p}_i &= \alpha_i(D_1^i + \dots + D_n^i - S_1^i - \dots - S_m^i),
 \end{aligned} \tag{44}$$

где, как и выше, в локально-оптимальном случае значения коэффициентов равны:  
 $k_{ji}^c = -\frac{1}{(d_j^i(D_j^i))'_{D_j^i}}, k_{ji}^s = -\frac{1}{(s_j^i(S_j^i))'_{S_j^i}}, \alpha_i = (k_{1i}^c + \dots + k_{ni}^c - k_{1i}^s - \dots - k_{mi}^s)^{-1}.$

Условия равновесия для системы (44) запишутся в следующем виде: для любого  $i = 1, \dots, k$ :

$$\begin{aligned} p_i &= d_1^i(D_1^i) = \dots = d_n^i(D_n^i) \\ p_i &= s_1^i(S_1^i) = \dots = s_m^i(S_m^i) \\ D_1^i + \dots + D_n^i &= S_1^i + \dots + S_m^i \end{aligned} \quad (45)$$

Далее предположим, что функции спроса  $d_j^i(\cdot)$  монотонно убывают, а функции предложения  $s_j^i(\cdot)$  - монотонно возрастают по своему аргументу. Тогда для равновесных объемов спроса и предложения  $D_j^i, S_j^i$  имеем:

$$\begin{aligned} D_j^i &= f_j^i(D_1^i), \quad j = 2, \dots, n \\ S_l^i &= g_l^i(D_1^i), \quad l = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (46)$$

где функции  $f_j^i(\cdot)$  монотонно возрастают, а функции  $g_j^i(\cdot)$  монотонно убывают по своему аргументу.

Подставив эти зависимости в третье условие в системе (45), получим:

$$D_1^i + f_2^i(D_1^i) + \dots + f_n^i(D_1^i) = g_1^i(D_1^i) + \dots + g_m^i(D_1^i). \quad (47)$$

Левая часть последнего равенства является монотонно возрастающей функцией аргумента  $D_1^i$ , а правая часть этого равенства - монотонно убывающей функцией того же аргумента. Поэтому в ситуации "общего положения" существует единственное решение уравнения (43)  $(D_1^i)^*$ , по которому определяются все равновесные значения объемов спроса и предложения, а также равновесные цены обмениваемых благ в рассматриваемой системе обмена.

Таким образом, показано, что при естественных предположениях о функциях спроса и предложения существует единственное равновесие в рассматриваемой системе. Следующий вопрос: устойчивость найденного положения равновесия. Матрица  $J$  линеаризованной системы (44) является блочной с  $k$  блоками следующего

вида:

$$J_i = \begin{pmatrix} k_{1i}^c \frac{dd_1^i}{dD_1^i} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & -k_{1i}^c \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & \dots & k_{ni}^c \frac{dd_n^i}{dD_n^i} & 0 & \dots & 0 & -k_{ni}^c \\ 0 & \dots & 0 & k_{1i}^s \frac{ds_1^i}{dS_1^i} & \dots & 0 & -k_{1i}^s \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & k_{mi}^s \frac{ds_m^i}{dS_m^i} & -k_{mi}^s \\ \alpha_i & \dots & \alpha_i & -\alpha_i & \dots & -\alpha_i & 0 \end{pmatrix}$$

Мы видим, что каждый блок матрицы  $J$  аналогичен рассмотренному в п.3.1 случаю за исключением того, что в данной модели количество поставщиков благ возрастает до  $m$ . Поэтому идея доказательства устойчивости матрицы  $J$  сохраняется прежней: мы используем двойную индукцию по параметрам  $n$  и  $m$ . Детали доказательства полностью аналогичны рассмотренному в п.3.1 случаю.

Справедлива следующая

### Теорема 3.

Пусть обратные функции спроса  $d_j^i(\cdot)$  монотонно убывают, а обратные функции предложения  $s_j^i(\cdot)$  монотонно возрастают по своим аргументам. Тогда существует единственное устойчивое положение равновесия в общей системе обмена (44).

Мы рассмотрели наиболее простую ситуацию, когда функции спроса и предложения обмениваемых благ зависят только от объемов спроса и предложения соответствующего блага. В более сложной ситуации эти функции зависят также от объемов спроса и предложения других благ, например, следующим образом: для каждого  $i = 1, \dots, k$ :

$$\begin{aligned} \dot{D}_1^i &= k_{1i}^c (d_1^i(D_1^i, D_1^{-i}) - p_i) \\ &\vdots \\ \dot{D}_n^i &= k_{ni}^c (d_n^i(D_n^i, D_n^{-i}) - p_i) \\ \dot{S}_1^i &= k_{1i}^s (s_1^i(S_1^i, S_1^{-i}) - p_i) \\ &\vdots \\ \dot{S}_m^i &= k_{mi}^s (s_m^i(S_m^i, S_m^{-i}) - p_i) \\ \dot{p}_i &= \alpha_i (D_1^i + \dots + D_n^i - S_1^i - \dots - S_m^i), \end{aligned} \tag{48}$$

где  $D_j^{-i} = (D_j^1, \dots, D_j^{i-1}, D_j^{i+1}, \dots, D_j^k)$ ,  $S_j^{-i} = (S_j^1, \dots, S_j^{i-1}, S_j^{i+1}, \dots, S_j^k)$ .

Исследование условий равновесия для системы (48) приводит к  $(n + m + 1) * k$  уравнениям с  $(n + m + 1) * k$  неизвестными. Рассуждения, аналогичные приведенным выше, но более сложные в формальном отношении, позволяют показать, что в ситуации "общего положения" существует равновесная точка для системы (48). Исследование устойчивости этого положения равновесия использует идеи, аналогичные приведенным выше для случая общего экономического равновесия. При условии относительной малости "перекрестных" частных производных функций спроса и предложения по объемам спроса и предложения альтернативных благ положение равновесия в системе (48) будет устойчивым.

### Литература

Akerlof G. (1970) The market for "lemons": qualitative uncertainty and the market mechanism". Quarterly Journal of Economics, v.84, 488-500.

Alesina A., Spolaore E. On the Number and Size of Nations // Quarterly J. of Economics, 1997, v. 113, pp.1027-1056.

Arrow K., Debreu G. (1954) Existence of Equilibrium for a Competitive Economy. Econometrica, v. 25, 265-290.

Breton M., Weber S. The Art of Making Everybody Happy: How to Prevent Secession, 2001, CORE Discussion Paper, is.11.

Debreu G. (1974) Excess Demand Functions. Journal of Mathematical Economics, 1, 15-23.

Демидович Б.П.(1967) Лекции по математической теории устойчивости, М.

Ellickson B., Grodal B., Scotchmer S., Zame W.R. Econometrica, 1999, v.67, is.5, pp.1185-1217.

Эбелинг Р. (1992) Роль австрийской школы в развитии мировой экономической мысли XX века. Экономика и математические методы. 1992, 9.

Granovetter M. (1985) Economic Action and Social Structure: A Theory of Embeddedness. American Journal of Sociology, 91, 481-510.

Hayek F. (1989) The Fatal Conceit. 1989. Chicago.

Hodgson G. Economics and Institutions. A Manifesto for a Modern Institutional Economics. 1988, L. Polity Press.

Horn, R. and Ch. Johnson (1986): Matrix Analysis. Cambridge: Cambridge University Press.

McKenzie L.W. (1954) On equilibrium in Graham's model of world trade and other competitive systems. Econometrica, 22, N.1

Макаров В.Л., Рубинов А.М. Математическая теория экономической динамики и равновесия. М., Наука, 1973.

Makarov V.L., Rubinov A.M., Levin M.I. Mathematical Economic Theory: Pure and Mixed Types of Economic Mechanisms. Advanced Textbooks in Economics. 1995, Elsevier, North Holland, 610 pp.

Макаров В.Л. Исчисление институтов. Экономика и математические методы, 2003, т.39, вып.2, с.14-32.

Nelson R.R., Winter S.G. An Evolutionary Theory and Economic Change. 1982, Harvard University Press, Cambridge MA.

von Neumann J., Morgenstern O. (1944) Theory of Games and Economic Behavior. Princeton, 1944

North D. (1977) Markets and Other Allocation Systems in History: The Challenge of Karl Polanyi. Journal of European Economic History 1977, 6, 703-716.

Polanyi K. (1971) The Great Transformation. 1971, Boston: Beacon Press.

Полтерович В.М. (1998) Кризис экономической теории Экономическая наука современной России, 1, 1.

Polterovich V.M. Institutional Traps. In: L.R. Klein and M. Pomer (eds.), The New Russia: Economic Transition Reconsidered, 2005, Ch.6. Stanford Univ. Press.

Robbins L. (1935) The Subject Matter of Economics// Essay on the Nature and Significance of Economic Science. 1935. L.

Sonnenschein H. (1973) Do Walras' identity and continuity characterize the class of community excess demand functions? Journal of Economic Theory, 6, 345-354.