

Информационная модель индивидуального выбора

Бродский Б.Е.
(ЦЭМИ РАН, Москва)

Москва, 27 сентября 2011 года

План:

1. Введение: история вопроса, мотивировки
2. Постановка задачи
3. Предположения
4. Определения
5. Основные результаты
6. Анализ парадоксов выбора
7. Выводы

1. Введение. История вопроса

17 век: Б. Паскаль, П. Ферма

Мотивация к участию в игре, приносящей доходы $(x_1, \dots, x_n)$ с вероятностями $(p_1, \dots, p_n)$ может быть описана показателем "ожидаемого дохода": $\bar{x} = \sum_i x_i p_i$.

Однако Н.Бернулли в 1728 г. заметил, что этот показатель плох.

Санкт-Петербургский парадокс

Пусть игра состоит в последовательном подбрасывании монеты до тех пор пока не выпадет "решка". Доходы таковы:

1 руб - если решка выпадет при первом броске

2 руб - на втором броске

4 руб - на 3-м броске

и т.д.

Вопрос: какова максимальная сумма, которую игрок согласится потратить для участия в этой игре?

Имеем:

$$(1/2) * 1 + (1/4) * 2 + (1/8) * 4 + \dots = +\infty,$$

т.е. ожидаемый выигрыш больше любой конечной суммы. Однако на практике найдется мало людей, которые согласятся потратить больше некоторой фиксированной суммы.

Решение этого парадокса было предложено Д.Бернулли (1738). Ожидаемую полезность будем измерять функцией $\sum_i U(x_i)p_i$. Тогда

$$U(W+\xi) = (1/2)U(W+1) + (1/4)U(W+2) + (1/8)U(W+4) + \dots,$$

где W – исходный капитал индивида. Тогда при $U(x) = \ln x$ и $W = 50000$ получим $\xi = 9$.

Индивидуальный выбор

Модели:

Утилитаристские:

Рациональный выбор в условиях определенности

Bentham, 1789; Mill, 1863; Pigou, 1920.

Предположим, что индивид выбирает между несколькими потребительскими наборами, $x_1, x_2, \dots$, и каждый набор содержит различные комбинации экономических благ. Рассмотрим следующие аксиомы о системе предпочтений индивида: ($A \geq B$ означает, что индивид предпочитает набор A набору B или безразличен между этими наборами; $A > B$ означает, что индивид строго предпочитает набор A набору B):

Аксиомы

1. *Рефлексивность*: for any bundle x_i : $x_i \geq x_i$
2. *Полнота*: for any two bundles x_i and x_j : $x_i \geq x_j$ or $x_j \geq x_i$
3. *Транзитивность*: if $x_i \geq x_j$ and $x_j \geq x_k$ then $x_i \geq x_k$
4. *Непрерывность*: define for any bundle x a set of bundles $A(x)$ which are at least as good as x , and a set $B(x)$: bundles no better than x . Then $A(x)$ and $B(x)$ are close sets.

Если выполнены (1)-(3), то говорят, что индивид обладает упорядоченной системой предпочтений; если выполнены (1)-(4), то эта система предпочтений порождается некоторой функцией полезности $U(x)$.

Рациональный выбор в условиях неопределенности

von Neumann, Morgenstern (1947), Savage (1954)

Неопределенность, связанная с принятием решений, описывается некоторым *распределением вероятностей* $\mathbf{P}$ на множестве состояний мира Ω . Таким образом, можно рассмотреть все события $y_i = (s_i, p_i)$, характеризующиеся состоянием s_i и вероятностью p_i этого состояния.

Аксиомы рационального выбора при неопределенности:

1. упорядочение предпочтений по состояниям (аксиомы 1-4 для выбора в условиях определенности)
2. непрерывность предпочтений
3. сильная независимость предпочтений

Аксиома независимости занимает центральное место, поскольку она позволяет отобразить предпочтения с помощью *функции полезности*, которая линейна по вероятностям. Эту функцию называют *функцией ожидаемой полезности*.

Функция полезности имеет форму функции ожидаемой полезности, если каждому возможному состоянию $x_i, i = 1, \dots, s$ можно присвоить число u_i таким образом, что для любого набора вероятностей $(p_1, \dots, p_s)$ полезность события $y = (x_1, \dots, x_s, p_1, \dots, p_s)$ равна:
$$U(y) = \sum_s p_s u_s.$$

Критика теории ожидаемой полезности

– Парадокс Аллэ (*Allais, 1953*)

Представим ситуацию с тремя исходами: 1-й исход - выигрыш 2.5. млн.; 2-й исход - выигрыш 0.5 млн.; 3-й исход - без выигрыша.

Выбор между лотереями:

$L_1 = (0, 1, 0)$ $L_2 = (0.1, 0.89, 0.01)$. Обычно индивиды отдают предпочтение первой лотерее: $L_1 > L_2$, т.е.

$$u(L_1) = u(0.5) > u(L_2) = 0.1u(2.5) + 0.89u(0.5) + 0.01u(0).$$

т.е.

$$0.11u(0.5) > 0.1u(2.5) + 0.01u(0). \quad (*)$$

Далее тому же индивиду предлагали на выбор следующие две лотереи: $L_3 = (0, 0.11, 0.89)$ $L_4 = (0.1, 0, 0.9)$. В этой ситуации индивид отдавал предпочтение последней лотерее: $L_4 > L_3$:

$$u(L_4) = 0.1u(2.5) + 0.9u(0) > u(L_3) = 0.11u(0.5) + 0.89u(0),$$

т.е.

$$0.1u(2.5) + 0.01u(0) > 0.11u(0.5). \quad (**)$$

Заметим, что (*) противоречит (**).

Теория сожаления

Теория разочарования

– *Зависимость от контекста и рамочных условий выбора (Lichtenstein, Slovic, 1971; Kahneman, Tversky, 1979, 1981)*

Пример (азиатская болезнь)

For 600 people the following medical programs are applied:

Первая группа участников: на выбор - две программы:

- Program A: 200 people will be saved
- Program B: with 1/3 prob. 600 people will be saved and with 2/3 prob. nobody will be saved.

72 процента участников предпочли программу А.

Во второй группе участников: на выбор - следующие программы:

- Program C: 400 people will die
- Program D: with 1/3 prob. nobody will die, with 2/3 prob. 600 people will die

78 участников опроса предпочли программу D.

Заметим, что программы А и С одинаковы, также как и программы В и D. Различия в ответах участников обусловлены феноменом "обращения предпочтений": в терминах спасенных жизней предпочтительней кажется программа А, однако в терминах ожидаемой смертности - предпочтительней кажется программа D.

Реакция на критику

Нелинейные по состояниям функции полезности:

$$\begin{array}{ll} \frac{\sum \nu(x_i) \pi(p_i)}{\sum \nu(x_i) \pi(p_i)} & \text{Edwards (1955), Kahneman, Tversky (1979)} \\ \frac{\sum \pi(p_i)}{\sum \nu(x_i) p_i} & \text{Karmarkar (1978)} \\ \frac{\sum \tau(x_i) p_i}{\sum \tau(x_i) p_i} & \text{Chew (1983), Fishburn (1983)} \\ \frac{\sum \nu(x_i) (g(p_1 + \dots + p_i) - g(p_1 + \dots + p_{i-1}))}{\sum \nu(x_i) p_i + [\sum_i \tau(x_i) p_i]^2} & \begin{array}{l} \text{Quiggin (1982)} \\ \text{Machina (1982)} \end{array} \end{array}$$

– Prospect theory (Kahneman, Tversky, 1979)

$$U = w(p_1)v(x_1) + \dots + w(p_n)v(x_n),$$

где $x_1, x_2, \dots$ – потенциальные исходы; $p_1, p_2, \dots$ – вероятности исходов.

– Context-dependent choice (Tversky, Thaler, 1992)

Не-утилитаристские модели выбора

Существует ли единое вероятностное пространство и множество состояний мира x_i ?

Существуют ли субъективные вероятности p_i ?

Luce (1959)(психология) - отсутствует единое вероятностное пространство; задача выбора из конечного множества альтернатив; аналог апостериорной условной вероятности принятия решений.

Эмпирические исследования: Bar-Hillel (1974), Kahneman, Tversky (1971) - индивиды свободно манипулируют субъективными вероятностями

Социология: Boudon (2003), Huber (1997) – учет социального контекста, рамочных условий выбора; влияния социальных институтов.

Задача: разработка модели индивидуального выбора, согласующейся с эмпирическими фактами и объясняющей "парадоксы выбора".

2. Постановка задачи

Индивидуальный выбор

Объект выбора - благо

Классификация благ:

- Обычные экономические блага (т.н. частные блага: яблоки, машины, ткани и т.д.)
- Экстраординарные экономические блага (общественное благо, коллекционное благо, инновационное благо)
- Символические блага (доверие, информационное благо...)

Благо описывается набором своих **атрибутов**:

$$A = (A(1), \dots, A(d))',$$

где атрибутивный признак $A(i)$ изменяется в конечном диапазоне:

$$A_{min}(i) \leq A(i) \leq A_{max}(i).$$

Субъективная ценность атрибута $A(i)$ - это случайная величина ξ_i с одномерной функцией распределения $F_i(\cdot)$.

Субъективная ценность блага A - это случайная величина с функцией распределения

$$F_A(X_1, \dots, X_d),$$

где $F_A(\cdot)$ - совместная функция распределения случайных величин $\xi_1, \dots, \xi_d$.

Рассмотрим **набор благ объема** N с векторами атрибутов $X_1, \dots, X_N$, соответственно. Пусть

$$\mathbf{X}^N = \{X_1, \dots, X_N\}$$

$$X_i = (X(i, 1), \dots, X(i, d_i))', \quad i = 1, \dots, N.$$

3. Предположения и гипотезы

1) *Квантификация (оцифровка) шкал атрибутов всегда существует*

2) *Шкалы атрибутов и функции распределения случайных величин (субъективные ценности) непрерывны*

3) *Объем спроса и предложения каждого блага является дискретной величиной*

4) *Шкалы атрибутов сопоставимы*

Для сопоставимости шкал необходимо нормализовать каждую исходную шкалу j потребительской характеристики блага с номером i : $X(i, j)$, т.е. рассмотреть переменную

$$x_{ij} = (X(i, j) - X_{\min}(i, j)) / (X_{\max}(i, j) - X_{\min}(i, j)),$$

где $X_{\min}(i, j)$, $X_{\max}(i, j)$ – минимальное и максимальное значение j -й атрибутивной характеристики блага i , соответственно; причем предполагается, что диапазоны изменения $X_{\max}(i, j) - X_{\min}(i, j)$ исходных потребительских характеристик конечны.

Иначе, мы используем относительные (отнормированные) шкалы атрибутивных признаков и предполагаем, что только свойства функций распределения атрибутивных признаков, определенных на относительной шкале $[0, 1]$ существенны для индивидуального выбора.

Отсюда следует, что блага, отличающиеся только масштабом своих атрибутов (например, преобразование сдвига и масштаба шкал атрибутов), неразличимы для индивидуального выбора. Подобные масштабирующие преобразования шкал атрибутов обычно проводятся с целью согласования шкал атрибутивных характеристик в процессе интересубъективного (межличностного) экономического или символического обмена.

Например, мы можем измерять значение атрибутивного признака "вес" в граммах, килограммах и т.д., однако наш субъективный выбор не будет зависеть от подобных масштабирующих преобразований весовой атрибутивной шкалы.

5) *Количество атрибутивных шкал для каждого блага в фиксированном наборе $1, \dots, N$ постоянно и равно $d \geq 1$.*

Поскольку предполагается сопоставимость шкал атрибутов, рассмотрим отнормированные шкалы $[0, 1]$. Далее возьмем d равным максимальному количеству шкал для благ из набора $1, \dots, N$ и припишем лишним шкалам для каждого конкретного блага равномерное распределение на отрезке $[0, 1]$. Нетрудно видеть, что для этого распределения $f_U(x) \equiv 1, x \in [0, 1]$, что характеризует "абсолютное безразличие" относительно всевозможных значений потребительского признака на данной шкале.

Вначале предположим (далее обобщается)

Независимость характеристик благ и информационных шкал:

$$f_N(\mathbf{X}^N) = g_1(X_1) \dots g_N(X_N),$$

$$g_i(X_i) = h_{i1}(X(i, 1)) \dots h_{id_i}(X(i, d_i)), \quad i = 1, \dots, N,$$

где $h_{ij}(\cdot)$ - одномерная плотность распределения атрибутивного признака $X(i, j)$.

4. Определения

Как оценить субъективную цену блага A в заданном наборе благ?

Пусть $f_0(\cdot)$ - плотность распределения, характеризующая субъективную ценность блага A , присутствующего в наборе $x_1, \dots, x_N$ в количестве $1 \leq n \leq N$.

Основная гипотеза (актуальное распределение набора благ):

$$f(X^N) = f_0(x_1) \dots f_0(x_n) f_1(x_{n+1}) \dots f_{N-n}(x_N),$$

где $f_0(\cdot)$ - функция плотности распределения для субъективной ценности блага A .

Альтернативная гипотеза: гипотетическое распределение набора благ X^N описывается плотностью

$$f_0(X^N) = f_0(x_1) f_0(x_2) \dots f_0(x_N),$$

т.е. предполагается, что каждое благо в данном наборе имеет плотность распределения $f_0(\cdot)$.

Информационная мера различия между этими распределениями *для ситуации потребления благ* записывается посредством *информационного количества Кульбака*:

$$J_0 = \int f(X^N) \ln \frac{f(X^N)}{f_0(X^N)} dx_1 dx_2 \dots dx_N,$$

где мера $f(X^N)$ задает контекст индивидуального выбора.

Пример 1.

Предположим, что весь набор благ состоит из независимых экземпляров единственного блага. Тогда из определения следует, что $J_0 = 0$ независимо от n . Иначе говоря, *фактор разнообразия типов благ* играет существенную роль в индивидуальном выборе.

Пример 2.

Аналогично, если набор благ состоит всего из двух типов благ, являющихся полными субститутами, то $J_0 = 0$ независимо от n . Здесь опять проявляется отсутствие необходимого разнообразия в индивидуальном выборе. Для того, чтобы добиться $J_0 > 0$, необходимо ввести новый атрибут, разделяющий субъективную ценность каждого типа благ.

Примеры 1 и 2 описывают "вырожденные" ситуации индивидуального выбора. Необходимо, однако, объяснить, почему введенная информационная мера ценности благ лучше, чем конвенциональные меры ценности благ в экономике и социологии.

Пример 3.

Хорошо известно, что "предельная полезность" блага является конвенциональной мерой его ценности в микроэкономике. Утверждения типа "равновесные цены и объемы потребления опреде-

ляются точкой, в которой отношение предельных полезностей благ равно отношению из рыночных цен" встречаются повсюду в учебниках. Однако вопрос "откуда берутся рыночные цены благ?" остается без ответа.

Представляется разумным определить субъективную цену блага независимо от его рыночной цены. Это "внутреннее определение" субъективной цены блага дано в понятии его информационной ценности.

Другой вопрос: "Как учитывать качественные различия между благами?" также остается без ответа в микроэкономике. Однако приведенное определение информационной ценности блага позволяет явно учитывать (через значения атрибутивных признаков) все качественные различия между благами.

Пример 4.

Рассмотрим символические блага. Весьма спорно, что наши *убеждения, верования и заблуждения* (например, религиозные убеждения) могут быть проанализированы на основе утилитаристских принципов. Вместе с тем понятно, что эти убеждения являются *информационными конструктами*, которые могут исследоваться на основе информационных критериев. Более того, непонятно, что такое "экзогенная рыночная цена символического блага"? Интерсубъектная цена доверия, дружбы, веры возни-

кает только в процессе коммуникации, коммуникативных трансакций, т.е. в процессе символического обмена. Поэтому в социологии и психологии возможно только внутреннее определение субъективной цены блага.

5. Основные результаты

Потребление блага A

Запишем:

$$\ln \frac{f(X^N)}{f_0(X^N)} = \ln \frac{f_1(x_{n+1}) \dots f_{N-n}(x_N)}{f_0(x_{n+1}) \dots f_0(x_N)} = \sum_{j=n+1}^N \ln \frac{f_{j-n}(x_j)}{f_0(x_j)}.$$

В терминах шкал потребительских характеристик раскроем каждое из слагаемых:

$$\ln \frac{f_{j-n}(x_j)}{f_0(x_j)} = \ln \frac{f_{j-n}^1(x_{j1}) \dots f_{j-n}^d(x_{jd})}{f_0^1(x_{j1}) \dots f_0^d(x_{jd})} = \sum_{l=1}^d \ln \frac{f_{j-n}^l(x_{jl})}{f_0^l(x_{jl})},$$

где $f_0^l(x_{jl}), f_{j-n}^l(x_{jl})$ - одномерные плотности распределения характеристики с номером l .

В силу независимости и рандомизированности шкал, имеем для информационного количества:

$$J_0 = \sum_{j=n+1}^N \sum_{l=1}^d \int_0^1 f_{j-n}^l(x_{jl}) \ln \frac{f_{j-n}^l(x_{jl})}{f_0^l(x_{jl})} dx_{jl}.$$

Из свойств информации Кульбака следует, что каждое слагаемое двойной суммы в правой части последнего равенства неотрицательно. Отсюда следует, что с ростом объема n потребления блага A информационная ценность этого блага в наборе благ $x_1, \dots, x_N$ будет убывать (строго говоря, J_0 является невозрастающей функцией n).

Определим **субъективную цену блага A** : $p_A = \kappa(J_0)$ - монотонное положительное преобразование. Тогда получим, что с ростом объема n потребления блага A субъективная цена этого блага в наборе благ $x_1, \dots, x_N$ будет убывать.

Таким образом, мы получили важнейшее следствие в теории поведения потребителя без обращения к произвольным "функциям полезности".

Предложение блага A

В ситуации предложения блага A : усреднение по мере, связанной с производством блага A , т.е. когда все элементы набора X^N распределены согласно $f_0(\cdot)$:

$$S_0 = \int f_0(X^N) \ln \frac{f(X^N)}{f_0(X^N)} dx_1 dx_2 \dots dx_N.$$

Действительно, в ситуации предложения блага A *актуальный* набор благ состоит из N независимых экземпляров блага A . Иными словами, мы усредняем величину $\ln \frac{f(X^N)}{f_0(X^N)}$ по мере $f_0(X^N)$, связанной с актуальным контекстом выбора в данной ситуации.

После преобразований получаем для S_0 следующее выражение:

$$S_0 = \sum_{j=n+1}^N \sum_{l=1}^d \int_0^1 f_0^l(x_{jl}) \ln \frac{f_{j-n}^l(x_{jl})}{f_0^l(x_{jl})} dx_{jl}.$$

Из свойств информации Кульбака следует, что каждое слагаемое суммы в правой части последнего ра-

венства неположительно. Отсюда следует, что с ростом объема n предложения блага A субъективная цена этого блага в наборе благ $x_1, \dots, x_N$ будет возрастать (строго говоря, S_0 является неубывающей функцией n).

Парадоксальный вид функций спроса и предложения:

Возрастающая кривая спроса:

- Благо "Гиффена"
- Коллекционное благо
- Инновационное благо

$$I_0 = \int f_0(X^N) \ln \frac{f(X^N)}{f_0(X^N)} dx_1 dx_2 \dots dx_N.$$

Убывающая функция предложения:

- Предложение блага при наличии альтернатив

$$S_0 = \int f(X^N) \ln \frac{f(X^N)}{f_0(X^N)} dx_1 dx_2 \dots dx_N.$$

Нетрудно видеть, что в данной ситуации субъективная ценность предложения блага "А" будет убывать с ростом объема предложения этого блага.

Обобщения

Зависимые вектора атрибутивных характеристик

$x_1, \dots, x_N$

Пусть первые n благ в выборке имеют совместную плотность распределения $f_0(x_1, \dots, x_n)$. Соответствующие условные плотности обозначим через $f_0(x_i|x_1, \dots, x_n)$. Например, можно представить себе многомерное (безусловное и условное) нормальное распределение.

Имеем

$$\ln \frac{f_N(X^N)}{f_0(X^N)} = \sum_{j=n+1}^N \ln \frac{f_j(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})}{f_0(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} J_0(n) &= \int f_N(X^N) \ln \frac{f_N(X^N)}{f_0(X^N)} dx_1 \dots dx_N \\ &= \sum_{n+1}^N \int f_{j-1}(x_1, \dots, x_{j-1}) \left(\int f_j(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}) \ln \frac{f_j(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})}{f_0(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})} dx_j \right) \\ &\quad \cdot f_{j+1}(x_{j+1}|x_1, \dots, x_j) \dots f_N(x_N|x_1, \dots, x_{N-1}) dx_1 \dots dx_{j-1} dx_{j+1} \dots dx_N. \end{aligned}$$

Рассмотрим

$$\begin{aligned} A_j &= \int f_j(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}) \ln \frac{f_0(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})}{f_j(x_j|x_1, \dots, x_{j-1})} dx_j \\ &\leq \ln \int f_0(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}) dx_j \\ &= \ln \left[\int f_0(x_j|x_1, \dots, x_{j-1}) \int f_0(x_1, \dots, x_{j-1}) dx_1 \dots dx_{j-1} dx_j \right] \\ &= \ln \left[\int f_0(x_1, \dots, x_{j-1}, x_j) dx_1 \dots dx_{j-1} dx_j \right] = 0. \end{aligned}$$

Пусть

$$B_{i+1} = \int f_{i+1}(x_{i+1}|x_1, \dots, x_i) dx_{i+1}, \quad i = j, \dots, N-1.$$

Тогда для $i = j, \dots, N-1$

$$\begin{aligned} B_{i+1} &= \int f_{i+1}(x_{i+1}|x_1, \dots, x_i) (f_i(x_1, \dots, x_i) dx_1 \dots dx_i) dx_{j+1} \\ &= \int f_{i+1}(x_1, \dots, x_{i+1}) dx_1 \dots dx_{i+1} = 1. \end{aligned}$$

Поэтому

$$J_0(n) = \int f_N(X^N) \ln \frac{f_N(X^N)}{f_0(X^N)} dx_1 \dots dx_N = \sum_{j=n+1}^N (-A_j),$$

где каждое слагаемое суммы в правой части неотрицательно. Отсюда следует, что $J_0 \equiv J_0(n)$ убывает при возрастании параметра n .

Теорема.

Пусть вектора атрибутов $x_1, \dots, x_N$ статистически зависимы (межвременная зависимость), а сами атрибуты $x_{i1}, \dots, x_{id_i}$ для каждого $i = 1, \dots, N$ условно независимы. Тогда субъективная цена блага i в выборке благ $1, \dots, N$:

1) убывает в ситуации потребления блага i (обычное благо) с возрастанием объема потребления этого блага;

2) возрастает в ситуации предложения блага i (обычное благо) с ростом объема предложения этого блага;

3) возрастает в ситуации потребления блага i (аномальные блага, включая благо Гиффена, инновационные блага, коллекционные блага, символические блага) с ростом объема потребления этого блага;

4) убывает в ситуации предложения блага i (аномальное благо) с ростом объема предложения этого блага.

6. Анализ парадоксов выбора

Рассмотрим вначале *субъективную ценность набора благ* $X^N = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, описываемую функцией правдоподобия:

$$f(X^N) = f_1(x_1) \dots f_N(x_N).$$

Ранее мы оценивали субъективную цену каждого конкретного блага в данном наборе с использованием гипотетической функции правдоподобия. При оценке субъективной цены набора благ ситуация усложняется. *Субъективная цена* данного набора благ оценивается по отношению к некоторой "контекстуальной мере" (reference measure) $f_R(X^N)$:

$$J = \int f_R(X^N) \ln \frac{f_R(X^N)}{f_1(x_1) \dots f_N(x_N)} dX^N.$$

Сравнение наборов благ X^N и Y^M экономическим агентом осуществляется также по отношению к этой контекстуальной мере

$$\Delta = \int f_R(X^N) \ln \frac{f_R(X^N)}{f(X^N)} dX^N - \int f_R(Y^M) \ln \frac{f_R(Y^M)}{g(Y^M)} dY^M,$$

где $g(Y^M) = g_1(y_1) \dots g_M(y_M)$ - плотность распределения набора $Y^M = (y_1, \dots, y_M)$.

Экономический агент будет предпочитать набор благ X^N набору благ Y^M , если субъективная цена набора X^N по отношению к контекстуальной мере $f_R(\cdot)$ будет выше, чем аналогичная субъективная цена набора благ Y^M .

Обращение предпочтений (Preference reversal, Lichtenstein & Slovic, 1971)

Пусть альтернатива Q представляет собой вероятность $7/36$ получения дохода 9.0 и вероятность $29/36$ проигрыша в сумме 0.5. Альтернатива S представляет собой вероятность $29/36$ дохода в сумме 2.0 и вероятность $7/36$ проигрыша 1.0. Какую из этих альтернатив выберет экономический агент?

"Нормальный" агент полагает при этом, что в этой ситуации выбора он с высокой вероятностью проиграет 0.5 в случае выбора альтернативы Q и с высокой вероятностью выиграет 2.0 при альтернативе S . Как следствие, в данном контексте он на практике выбирает альтернативу S .

Располагаемый потребительский набор в этой ситуации состоит из единственного блага, субъективная полезность которого при альтернативе Q является случайной величиной с биномиальным законом распределения: с вероятностью $29/36$ она принимает значение -0.5 и с вероятностью $7/36$ - значение 9.0. При альтернативе S с вероятностью $7/36$ она принимает значение -1.0 и с вероятностью $29/36$ - значение 2.0. Контекстуальная мера в данной ситуации выбора представляет собой равномерное распределение на отрезке $[-0.5; 9.0]$, т.е. существенные потери с низкой вероятностью в альтернативе S игнорируются.

В этом случае информационный критерий для сравнения альтернатив Q и S равен:

$$\Delta^{(1)} = \int_{-0.5}^9 \ln \frac{F_Q(x)}{F_S(x)} dF_R^{(1)}(x) = \frac{2.5}{9.5} \ln \frac{29/36}{7/36} + \frac{7}{9.5} \ln \frac{29/36}{1} > 0,$$

что означает выбор альтернативы S в данной ситуации.

Предположим теперь, что те же альтернативы предложены для выбора в несколько ином контексте: мы акцентируем внимание на существенных потерях при альтернативе S и значительно меньшем риске при альтернативе Q . Тогда контекстуальная мера может быть представлена равномерным распределением на отрезке $[-1.0; 9.0]$. Информационный критерий для сравнения альтернатив Q и S в данной ситуации равен:

$$\begin{aligned} \Delta^{(2)} &= \int_{-1}^9 \ln \frac{F_Q(x)}{F_S(x)} dF_R^{(2)}(x) = \\ &= \frac{0.5}{10} \ln \frac{0}{7/36} + \frac{2.5}{10} \ln \frac{29/36}{7/36} + \frac{7}{10} \ln \frac{29/36}{1} = -\infty, \end{aligned}$$

что означает выбор альтернативы Q в данной ситуации.

Парадокс Аллэ (Allais, 1953)

Пусть есть урна, содержащая 1 шар красного цвета, 89 белых шаров и 10 голубых шаров. Игроки, таким образом, точно знают о вероятностях тиража. Предлагаем игрокам принять участие в двух последовательных лотереях (I и II), и в каждой лотерее они должны выбрать между двумя различными билетами.

В лотерее I доходы, в зависимости от цветов шаров и билетов, следующие:

Билет А: красный шар ($1/100$) - 1 млн., белый шар ($89/100$) - 1 млн., голубой шар ($10/100$) - 1 млн.

Билет В: красный шар ($1/100$) - 0, белый шар ($89/100$) - 1 млн., голубой шар ($10/100$) - 5 млн.

В лотерее II доходы, в зависимости от цветов шаров и билетов, таковы:

Билет С: красный шар ($1/100$) - 1 млн., белый шар ($89/100$) - 0, голубой шар ($10/100$) - 1 млн.

Билет D: красный шар ($1/100$) - 0, белый шар ($89/100$) - 0, голубой шар ($10/100$) - 5 млн.

Большинство игроков в ходе тестов предпочитает билет А в первой лотерее и билет D - во второй лотерее. Это явно противоречит гипотезе максимизации ожидаемой полезности. В самом деле, ожидаемая полезность билета В в первой лотерее выше, чем ожидаемая полезность билета А. Если игроки все же предпочитают билет А в первой лотерее, то логично предположить, что они стремятся минимизировать риск. Следуя этой логике, эти игроки должны выбрать билет С во второй лотерее, однако на практике они предпочитают билет D.

Вместе с тем эти эмпирически наблюдаемые "парадоксальные" особенности предпочтений игроков можно объяснить на основе информационной теории индивидуального выбора. В ситуации парадокса Аллэ мы имеем дело с набором благ, состоящим из единственного блага, субъективная ценность которого является случайной величиной с дискретным законом распределения. Билет А: вырожденное распределение в точке 1. Билет В: полиномиальное распределение с вероятностями $1/100$ в точке 0, $89/100$ в точке 1 и $1/10$ в точке 5.

"Контекстуальная мера" в ситуации парадокса Аллэ предполагается индифферентной к возможным доходам в диапазоне $[0;5]$. Допустим, что она описывается равномерным законом распределения на отрезке $[0;5]$.

Тогда информационный критерий для сравнения альтернатив А и В принимает следующий вид:

$$\Delta = \int_0^5 \ln \frac{F_B(x)}{F_A(x)} dF_R(x) = \frac{1}{5} \cdot \ln \frac{1/100}{0} + \frac{4}{5} \cdot \ln \frac{89/100}{1} = \infty,$$

что означает выбор билета А игроками в первой лотерее.

В лотерее II субъективная ценность единственного блага в наборе в зависимости от билета такова:

Билет С: биномиальное распределение с вероятностями $89/100$ в точке 0 и $11/100$ в точке 1.

Билет D: биномиальное распределение с вероятностями $9/10$ в точке 0 и $1/10$ в точке 5.

Информационный критерий для сравнения альтернатив C и D имеет вид:

$$\Delta = \int_0^5 \ln \frac{F_C(x)}{F_D(x)} dF_R(x) = \frac{1}{5} \cdot \ln \frac{89}{90} + \frac{4}{5} \cdot \ln \frac{10}{9} > 0,$$

что означает выбор билета D игроками во второй лотерее.

Парадокс Элсберга (Ellsberg, 1961)

Пусть имеется урна, содержащая 90 шаров, из которых 30 являются красными, а остальные 60 представляют собой комбинацию черных и желтых шаров в неизвестной пропорции. Предлагаются на выбор следующие альтернативы:

Билет 1: красный шар - доход 100; черный шар - 0; желтый шар - 0.

Билет 2: красный шар - 0; черный шар - 100; желтый шар - 0.

В ходе тестов большинство игроков предпочитает билет 1.

Следующие две альтернативы таковы:

Билет 3: красный шар - 100; черный шар - 0; желтый шар - 100.

Билет 4: красный шар - 0; черный шар - 100; желтый шар - 100.

Большинство игроков предпочитает билет 4.

На содержательном уровне предпочтения игроков легко объяснить: они стремятся минимизировать риск. Проблема в том, что этот критерий плохо со-

гласуется с гипотезой максимизации ожидаемой полезности. Однако информационная теория индивидуального выбора позволяет объяснить этот выбор.

Потребительский набор в данной ситуации состоит из единственного блага, субъективная ценность которого является случайной величиной с биномиальным законом распределения. Для билета 1: значение 0 с вероятностью $2/3$, значение 100 с вероятностью $1/3$. Билет 2: значение 0 с вероятностью $\frac{1}{3} + \frac{60-p}{90} = 1 - \frac{p}{90}$, значение 100 с вероятностью $\frac{p}{90}$ где p - количество черных шаров в урне. Контекстуальная мера в данной ситуации может быть представлена равномерным распределением на отрезке $[0; 100]$. Информационный критерий для сравнения альтернатив 1 и 2 приобретает следующий вид:

$$\Delta_p = \int_0^{100} \ln \frac{F_2(x)}{F_1(x)} dF_R(x) = \ln \frac{1 - \frac{p}{90}}{\frac{2}{3}}.$$

Значение p априори неизвестно. Поэтому используется критерий максимизации информационной меры различия между альтернативами 1 и 2:

$$\max_{0 \leq p \leq 60} \Delta_p = \ln \frac{3}{2} > 0,$$

т.е. предпочитается альтернатива 1.

Аналогично при сравнении альтернатив 3 и 4 субъективная ценность единственного блага в потре-

бительском наборе является случайной величиной с биномиальным законом распределения: билет 3: значение 0 с вероятностью $p/90$, значение 100 с вероятностью $1 - p/90$; билет 4: значение 0 с вероятностью $1/3$, значение 100 с вероятностью $2/3$. Информационный критерий для сравнения альтернатив 3 и 4 приобретает следующий вид:

$$\Delta_p = \int_0^{100} \ln \frac{F_3(x)}{F_4(x)} dF_R(x) = \ln \frac{\frac{p}{90}}{\frac{1}{3}}.$$

Критерий максимизации информационной меры различия между альтернативами 1 и 2:

$$\max_{0 \leq p \leq 60} \Delta_p = \ln 2 > 0,$$

т.е. предпочитается альтернатива 4.

Таким образом, объяснение парадокса Элсберга может быть получено на основе информационной теории индивидуального выбора.

Выводы

- Предложен новый информационный критерий субъективной цены блага, пригодный для задач экономики, социологии и психологии
- Построена информационная модель индивидуального выбора в ситуациях спроса и предложения благ
- Исследованы зависимости субъективной цены от объема спроса и предложения для различных видов благ (экономические, символические)
- Дана интерпретация парадоксов индивидуального выбора на основе информационного критерия

Литература

Allais M. Le comportement de l'homme rationnel devant le risque. Critique des postulats de l'école américaine // *Econometrica*, 1953, vol.21, p.503-546.

Arrow K. *Social Choice and Individual Values*. New Haven: Yale University Press, 1951.

Bianchi M. Collecting as a paradigm of consumption // *J. of Cultural Economics*, v.21, 1997, p.275-289.

Chew S.H., Karni E., Safra Z. Risk aversion and the theory of expected utility with rank-dependent probabilities // *Journal of Economic Theory*. 1987, v.42, is.2, p. 370-381.

Davis K. The Myth of Functional Analysis as a Special Method in Sociology and Anthropology // *American Sociological Review*. 1959, v.24, pp.757-772.

Debreu G. *Theorie de la Valeur*. Paris, Dunod, 1959.

Ellsberg D. Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms // *Quarterly Journal of Economics*, 1961, v.75, is.3, p.643-669.

Expected Utility Hypotheses and the Allais Paradox / M.Allais, O.Hagen (eds.). Dordrecht, Reidel, 1979.

Hayek F. (1989) *The Fatal Conceit*. Chicago.

Kahneman D., Tversky A. Prospect Theory: an analysis of decision under risk // *Econometrica*, 1979, v.47, is.2, p.263-292.

Kreps D. *A Course in Microeconomic Theory*. Cambridge, 1990.

Lichtenstein S., Slovic P. Reversal of Preference between bids and choices in gambling decisions // Journal of Experimental Psychology. 1971, v.89, p.46-55.

Machina M. Choice under Uncertainty: Problems Solved and Unsolved // Journal of Economic Perspectives, 1987, v.1, p.121-154.

Merton R. Structural Analysis in Sociology // Approaches to the Study of Social Structure. N.Y., 1975.

Neuman J. von, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton: Princeton University Press, 1947, 1953.

Pareto V. Manuel d'economie politique. Paris, 1927.

Parsons T. Structural-Functional Analysis in Sociology // The Idea of Social Structure. N.Y., 1972

Quiggin J. A Theory of Anticipated Utility. Journal of Economic Behavior and Organisation, 1982, v.3, is.4, 323-343.

Shackle G.L.S. Anticipations in Economics. Cambridge: Cambridge University Press, 1949.

Shackle G. (1972) Epistemics and Economics. A Critique of Economic Doctrines. Cambridge.

Simon H.A. Rationality as Process and as Product of Thought // American Economic Review. 1978, v.68, is.2, p.1-16.

Sklar A. (1959) Fonctions de repartitions a n dimensions et leur marges. Publications de l'Institut de Statistique de l' Université de Paris, 8: 229-231.

Slovic P., Lichtenstein S. Preference Reversals: A Broader Perspective // American Economic Review, 1983, v.73, is.3, p.596-605.

Stiglitz J.E. Information and the Change in the Paradigm in Economics // American Economic Review, 2002, v.92, is.3